

# TENTAMEN CONTINUE WISKUNDE

## DEEL 2

16 januari 2015, 14:00-16:00

---

- Op de achterzijde staan twee opgaven; verder is er een lijstje met formules.
  - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan.
  - Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
  - Vul op elk tentamenpapier **duidelijk leesbaar** je naam en collegekaartnummer in.
  - Het cijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 5.
- 

- 5 1.a) Bepaal alle primitieven van  $x \ln x$ .
- 5 b) Bereken de oneigenlijke integraal  $\int_0^{\infty} \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} \cdot dx$ .
- 4 c) Bepaal de oppervlakte van het gebied dat wordt ingesloten door de  $y$ -as en door de grafieken van  $y = x^2$  en  $y = x$ .
2. Gegeven is de functie  $f(x, y) = x^4 - 4xy + 2y^2$ .
- 2 a) Laat zien dat  $f(x, y) = (x^2 - 1)^2 + 2(x - y)^2 - 1$  en dat  $f(x, y) \geq -1$  voor alle  $x, y$ .
- 4 b) Laat zien dat  $(0, 0), (1, 1), (-1, -1)$  de enige stationaire punten zijn van  $f$ .
- 4 c) Ga voor elk van deze punten na of  $f$  daarin een maximum of minimum aanneemt of dat het een zadelpunt is. Ga ook na of de eventuele maxima of minima absoluut of relatief zijn.
- 3 d) Geef de vergelijking van het raakvlak aan de grafiek van  $f$  in het punt  $(2, 1, f(2, 1))$ .

**ZIE ACHTERKANT**

- 3 3.a) Gegeven zijn de complexe getallen  $z = 1 + \sqrt{3}i$  en  $w = 1 + i$ . Schrijf  $z/w$  in de vorm  $a + bi$ . Bereken  $|z/w|$  en  $\text{Arg}(z/w)$ .
- 3 b) Schrijf  $(2 - 2i)^{20}$  in de vorm  $a + bi$ .
- 4 c) Bepaal de oplossingen van  $z^4 = \frac{81}{2}(1 - \sqrt{3}i)$  en teken ze in het complexe vlak.
- 3 d) Bepaal alle oplossingen van  $2z^2 + 12z + 19 = 0$  en schrijf ze in de vorm  $a + bi$ .
- 5 4.a) Bereken 0,090909....
- 5 b) Ga na of  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} + 2}{n^2 + 1}$  convergeert of divergeert. Je mag gebruiken dat  $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-\alpha}$  convergeert als  $\alpha > 1$  en divergeert als  $\alpha \leq 1$ .

### Formules goniometrie

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

### Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a;$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{e^x} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^p}{x^q} = 0, \quad \text{als } q > 0.$$