

TENTAMEN CONTINUE WISKUNDE.

dinsdag 25 maart 2008, 14.00-17.00

Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan. Wel mag een gewone wetenschappelijke rekenmachine worden gebruikt.

1. Bereken de volgende limieten m.b.v. een van de op college behandelde methoden:

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - 1}{3x}$. (5 pt)

b. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 4x} - x$. (5 pt)

2. Bepaal van de volgende functies een primitieve:

a. $f_1(x) = xe^{-2x}$. (5 pt)

b. $f_2(x) = x \sin x^2$. (5 pt)

3. Beschouw de functie $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

a. Ga na, op welke intervallen $f(x)$ stijgend, resp. dalend is. (7 pt)

b. Bepaal de asymptoten van de grafiek van f . (4 pt)

c. Schets de grafiek van f . (4 pt)

4. Gegeven is de functie $g(x, y) = y^3 + 6xy + 3x^2 - 9y$.

a. Bepaal de stationaire punten van g . (8 pt)

b. Onderzoek van elk van de stationaire punten de aard (zadelpunt, maximum, minimum). (7 pt)

c. In welke richting vanuit het punt $(0, 1)$ is de toename van de functie het grootst? (3 pt)

d. En in welke richting vanuit $(0, 1)$ blijft de functiewaarde gelijk? (3 pt)

Op de volgende bladzijde staan nog drie opgaven.

5. Bewijs m.b.v. volledige inductie naar n dat $5 \cdot 25^n + 1$ deelbaar is door 6. (8 pt)

6. Bepaal de oplossing van de volgende recurrente betrekking: (10 pt)

$$\begin{cases} u_{n+2} - 3u_{n+1} - 4u_n = 6n + 1 \\ u_0 = 2, u_1 = -3. \end{cases}$$

7a. Bereken het tweede-orde Taylorpolynoom $P_2(x)$ van e^{-2x} rond $x = 0$. (6 pt)

b. Geef een uitdrukking voor de restterm $e^{-2x} - P_2(x)$ en laat aan de hand hiervan zien dat

$$\left| \frac{1}{\sqrt{e}} - \frac{5}{8} \right| < \frac{1}{48}. \quad (7 \text{ pt})$$