

TENTAMEN CONTINUE WISKUNDE 1

vrijdag 23 oktober 2015, 14:00-16:00

-
- Vul op elk tentamenpapier **DUIDELIJK LEESBAAR** je naam en collegekaartnummer in.
 - Op de achterzijde staan twee opgaven en een lijstje formules.
 - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan. Een eenvoudige wetenschappelijke calculator mag wel.
 - Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
 - Links in de marge staat het maximale aantal punten voor een opgave. Het cijfer is (aantal behaalde punten)/5.
-

- 6 1.a) Bepaal de nulpunten van $x^3 + 6x^2 + 10x + 3$.
- 2 b) Gegeven is $f(x) = x^3 - 3x + 1$. Laat zien dat $f(x)$ stijgend is voor $x > 1$.
- 2 c) Laat zien dat $f(x)$ precies één nulpunt heeft in het open interval $(1, 2)$ (dat wil zeggen dat $f(x)$ een nulpunt heeft maar niet twee of meer nulpunten kan hebben in $(1, 2)$).
- 5 2. Gegeven zijn twee positieve getallen x, y zodat $x + y = 1000$. Bepaal x en y zodat $x^4 y$ maximaal is. Geef niet alleen het antwoord maar leg ook uit hoe je er aan komt.
- 5 3.a) Bereken $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x + \frac{1}{2}x^2}{x - \sin x}$.
- 5 b) Bereken $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/x}$.

ZIE ACHTERKANT

4. De functie $f(x)$ is gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} (\sin(\pi x/4))^2 & (x > 3), \\ 2^{-x/3} & (x < 3). \end{cases}$$

3 a) Bestaat $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$? Motiveer je antwoord.

2 b) Heeft $f(x)$ voor $x = 3$ een ophefbare discontinuïteit? Zo ja, definieer $f(3)$ zodat $f(x)$ continu wordt in $x = 3$.

6 5.a) Bepaal het tweede Taylorpolynoom $p_{2,64}(x)$ van $f(x) = \sqrt[6]{x}$ rond $x = 64$. Bepaal ook de restterm $R_{2,64}(x)$.

Opmerking. In oude tentamens gebruikten we de notatie $p_2(x)$, $E_2(x)$ in plaats van $p_{2,64}(x)$, $R_{2,64}(x)$.

4 b) We willen $\sqrt[6]{65}$ benaderen door $p_{2,64}(65)$. De fout die we daarbij maken is $R_{2,64}(65)$. Laat zien dat $|R_{2,64}(65)| < 2^{-21}$.

6. Gegeven is de functie $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 2x - 3}$.

3 a) Bepaal het domein van f . Bepaal de verticale asymptoten van $f(x)$. Bepaal voor elke verticale asymptoot $x = a$ de limieten $\lim_{x \uparrow a} f(x)$ en $\lim_{x \downarrow a} f(x)$.

2 b) Bepaal de horizontale asymptoten van $f(x)$ voor $x \rightarrow \infty$ en $x \rightarrow -\infty$.

3 c) Bepaal voor welke waarden van x de functie $f(x)$ stijgend of dalend is. Bepaal ook de extremen van $f(x)$ met plaats (x -coördinaat), aard (maximum of minimum, absoluut of relatief) en grootte (y -coördinaat).

2 d) Schets de grafiek van $f(x)$.
