

TENTAMEN CONTINUE WISKUNDE 1

vrijdag 27 oktober 2017, 11:00-13:00

- Vul op elk tentamenpapier **DUIDELIJK LEESBAAR** je naam en collegekaartnummer in.
 - Op de achterzijde staan vier opgaven en een lijstje met formules.
 - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan. Een eenvoudige wetenschappelijke calculator mag wel.
 - Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
 - Links in de marge staat het maximale aantal punten voor een opgave. Het cijfer is (aantal behaalde punten)/5.
-

- 5 1.a) Bepaal de nulpunten van $f(x) = x^3 - 3x - 2$.
- 1 b) Zij $f(x) = x^3 - 3x - 3$ (dus een andere functie dan in a)!).
Laat zien dat f een nulpunt heeft in $(2, 3)$.
- 4 c) Bepaal de extremen met plaats (x -coördinaat), grootte (y -coördinaat) en aard (maximum of minimum, absoluut of relatief) van de functie f uit b) en schets de grafiek van f . Hoeveel nulpunten heeft f ?

2. Gegeven is de functie

$$f_c(x) = \begin{cases} 4^{cx} & \text{voor } x < 1, \\ 2 & \text{voor } x = 1, \\ 2^{(c+1)x} & \text{voor } x > 1. \end{cases}$$

- 4 a) Bepaal de waarde(n) van c waarvoor $\lim_{x \rightarrow 1} f_c(x)$ bestaat.
- 6 b) Bepaal de waarde(n) van c waarvoor f_c links-continu is in $x = 1$ en de waarde(n) van c waarvoor f_c rechts-continu is in $x = 1$. Zijn er waarde(n) van c waarvoor f_c continu is in $x = 1$?

6 3.a) Bereken $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \frac{2}{3}\sqrt{1+x} - \frac{1}{3}}{x^2}$.

4 b) Bereken $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + x^2}{3^x + x^3}$.

5 4. Een gelijkbenige driehoek met zijden $2x, y, y$ heeft omtrek $2x + 2y = 2$. Bepaal de waarden van x, y waarvoor de oppervlakte $x\sqrt{y^2 - x^2}$ van deze driehoek maximaal is.

5 5. Bepaal het derde Taylorpolynoom $p_{3,0}(x)$ van $\tan x$ rond $x = 0$.

6. Gegeven is de functie $f(x) = \frac{2x - 1}{x^3 - x^2}$.

3 a) Bepaal het domein van f . Bepaal de verticale asymptoten van f . Bepaal voor elke verticale asymptoot $x = a$ de limieten $\lim_{x \uparrow a} f(x)$ en $\lim_{x \downarrow a} f(x)$.

2 b) Bepaal de horizontale asymptoten van f voor $x \rightarrow \infty$ en $x \rightarrow -\infty$.

3 c) Bepaal voor welke waarden van x de functie f stijgend of dalend is. Bepaal ook de eventuele extremen van f met plaats, grootte en aard.

2 d) Schets de grafiek van f .

Formules goniometrie

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{e^x} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^q} = 0 \text{ als } q > 0.$$
