

# Deeltoets Digitale technieken

André Deutz

22 oktober, 2007

De opgaven kunnen uiteraard in een willekeurige volgorde gemaakt worden – geef heel duidelijk aan op welke opgave een antwoord gegeven wordt. Geef ook uitleg voor je antwoorden. Alle onderdelen (er zijn er 30) zijn evenveel waard. Schrijf je antwoorden op het uitgedeelde papier op. *Succes!*

De volgende tabel beschrijft in detail welke onderdelen er zijn en geeft ook aan dat elk van de onderdelen 1 punt waard is. Het maximaal totaal aantal te behalen punten is 30 (inclusief 3 punten voor de extra credit vragen). Het cijfer wordt bepaald door het aantal behaalde punten (inclusief de punten behaald met de extra vragen) te delen door 27. Het quotient wordt met 10 vermenigvuldigt en geeft na afronding het cijfer voor de deeltoets. De volgende tabel vat bovenstaande cijferberekening samen:

vraag	waarde	vraag	waarde
1.1	1	3.2.(a)	1
1.2	1	3.2.(b)	1
1.3	1	3.3	1
1.4.(a)	1	4.1.(a)	1
1.4.(b)	1	4.1.(b)	1
1.4.(c)	1	4.1.(c)	1
1.4.(d)	1	4.1.(d)	1
1.4.(e)	1	4.2	1
1.5	1	5.1.(a)	1
2.1	1	5.1.(b)	1
2.2.(a)	1	5.1.(c)	1
2.2(b)	1	5.1.(d)	1
3.1.(a)	1	6.1 extra credit	1
3.1.(b)	1	6.2 extra credit	1
3.1.(c)	1	6.3 extra credit	1
totaal	30	cijfer=(totaal/27)*10	

# 1 Representatie van data

(Voor een getal  $G$  duiden we met  $\text{Rep}_r(G)$  de representatie van  $G$  in het talstelsel met radix  $r$  aan.)

1. Laat voor een getal  $G$ ,  $\text{Rep}_2(G)=1101110$  gegeven zijn. Wat is  $\text{Rep}_8(G)$ ?
2. Laat voor een getal  $G$ ,  $\text{Rep}_{10}(G)=0.1111111\cdots$  gegeven zijn. Wat is  $\text{Rep}_4(G)$ ?
3. Laat gegeven zijn  $\text{Rep}_3(G_1) = 2212$  en  $\text{Rep}_3(G_2) = 1111$ . Bereken  $\text{Rep}_3(G_1 + G_2)$  door de optelling direkt op de representaties van de summanden in het ternair talstelsel uit te voeren.
4. Beschouw het 5-bit two's complement systeem.
  - (a) Wat is het bereik van het 5-bit two's complement systeem?
  - (b) Laat  $\text{Rep}_{10}(G_1) = -10$  en  $\text{Rep}_{10}(G_2) = -4$  zijn. Bereken  $\text{Rep}_{\text{twos } 5}(G_1 + G_2)$  (dwz de 5-bit two's complement representatie van  $G_1 + G_2$ ) door de optelling op  $\text{Rep}_{\text{twos } 5}(G_1)=10110$  en  $\text{Rep}_{\text{twos } 5}(G_2)=11100$  in het two's complement systeem uit te voeren.
  - (c) Dezelfde vraag als voorgaande met iets andere data: Laat  $\text{Rep}_{10}(G_1) = -11$  en  $\text{Rep}_{10}(G_2) = -8$  zijn. Bereken  $\text{Rep}_{\text{twos } 5}(G_1 + G_2)$  (dwz de 5-bit two's complement representatie van  $G_1 + G_2$ ) door de optelling op  $\text{Rep}_{\text{twos } 5}(G_1)=10101$  en  $\text{Rep}_{\text{twos } 5}(G_2)=11000$  in het two's complement systeem uit te voeren. Interpreteer het verkregen resultaat.
  - (d) Geef aan in hoeverre het gedrag van de Carry vanuit de MSB (most significant bit) en naar de MSB in de twee voorgaande gevallen (4b en 4c) verschillen.
  - (e) Wat is de regel voor het detecteren van overflow voor de n-bit two's complement systeem voor de opteloperatie uitgedrukt in termen van Carry naar de MSB en vanuit de MSB?
5. Laat  $G$  een getal zijn met  $\text{repr}_3(G)=22112221212$  (dwz de representatie van  $G$  in het talstelsel met met radix 3 is 22112221212). Wat is de representatie van dit getal in het talstelsel met radix 27.

# 2 TT's, LD's en BE's

1. Specificeer de volgende boolse functie met 4 inputs door middel van een waarheidstabel (1-0-tabel): de output van de functie is 1 dan en slechts dan als de input (dwz de 4 binaire inputs) de binaire representatie van een priemgetal is (1 en uiteraard 0 worden niet tot de priemgetallen gerekend).
2. Laat een Combinational Logic Unit (CLU) met 3 inputs ( $A, B, C$ ) en 4 outputs ( $W, X, Y, Z$ ) gespecificeerd zijn door de volgende waarheidstabel:

A	B	C	Z	Y	X	W
0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0

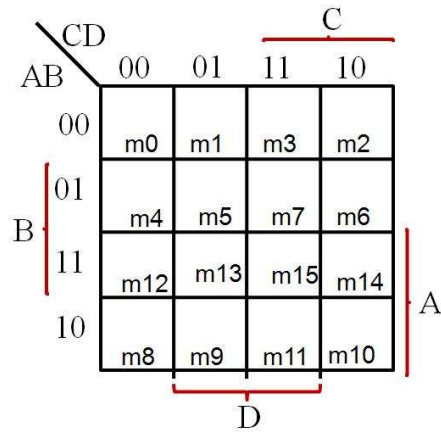
- (a) Construeer het logische diagram (LD) voor elk van de outputs van deze CLU op de *standaard* manier.
- (b) Geef een high-level funktionele beschrijving van deze CLU. Vermeld ook wat de functie van de input  $C$  is en wat de inputs  $A$  en  $B$  aangeven.

### 3 Vereenvoudiging en manipulatie van boolese uitdrukkingen

1. Vereenvoudig de boolese uitdrukkingen voor de volgende boolese functies zonder gebruikmaking van Karnaugh diagrammen noch het Quine -McCluskey algoritme:
  - (a)  $G(A, B, C) = A\bar{B} + \bar{A}C + \bar{B}C$
  - (b)  $F(A, B, C, D) = \bar{A}\bar{B} + B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC\bar{D}$
  - (c)  $H(A, B) = A + \bar{A}\bar{B}$
2. Bereken de PoS (Product-of-Sums) uitdrukking voor de volgende boolese functies:
  - (a)  $F(A, B, C) = \bar{A}\bar{B}C + ABC + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}C$
  - (b)  $H(A, B, C) = \bar{A}B + C + B$
3. Geef voor de boolese functie  $G(A, B, C) = \bar{A}B + C + B$  de *standaard* SoP (Sum-of-Products) uitdrukking.

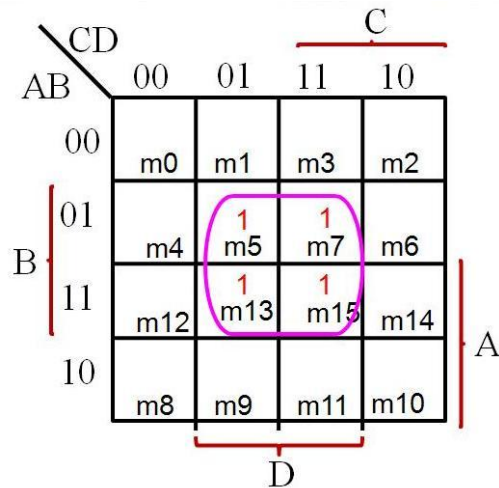
## 4 Karnaugh diagrammen

1. Door gebruik te maken van het onderstaande Karnaugh diagram:



- Teken de Karnaugh kaart (K-map) voor  $f = \sum m(0, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 12, 13)$
- Identificeer de priem implicanten.
- Identificeer de essentiële priem implicanten.
- Vind een minimale uitdrukking voor  $f$ .

2. Beschouw in het volgende Karnaugh diagram de aangegeven rechthoek.



Laat door algebraïsche vereenvoudiging zien dat de som van de mintermen uit de aangegeven rechthoek reduceerbaar is tot  $BD$ .

## 5 Combinational Logic Units (CLUs) of te wel Logische Schakelingen

1. Een CLU heeft vier binaire inputs  $D, C, B, A$ . Samen worden de 4 inputs  $DCBA$  als de representatie van een natuurlijk binair getal (met  $A$  als de LSB (least significant bit) en  $D$  als de MSB (most significant bit)) gezien. De inputs binnen het bereik van  $0000_2 = 0_{10}$  en  $1011_2 = 11_{10}$  representeren de maanden van het jaar van januari (0) tot december (11). Inputs uit het bereik  $1100_2$ – $1111_2$  (i.e., 12-15) mogen (en zeg kunnen) niet voorkomen. De output van de CLU is een logische 1 als de maand gerepresenteerd door de input 31 dagen heeft. Anders is de output 0. De output voor de inputs  $1100_2$  –  $1111_2$  is niet gedefinieerd. Ontwerp een CLU die deze functie implementeert via het volgende stappenplan.
  - (a) Construeer de waarheidstabel (truth table, 1-0-table) voor de CLU die overeenkomt met bovenstaande beschrijving.
  - (b) Gebruik de waarheidstabel om het Karnaugh diagram te tekenen.
  - (c) Vereenvoudig de uitdrukking die de CLU beschrijft door gebruik te maken van het Karnaugh diagram.
  - (d) Teken het Logische Diagram (Logical Diagram (LD)) op onze standaard manier.

## 6 Extra credit

1. Beschouw de gehele getallen tussen -16 en +15 (inclusief -16 en +15). Op hoeveel verschillende manieren kunnen deze getallen door middel van 5-bit binaire strings geëncodeerd worden? Onderbouw je antwoord.
2. Gegeven is dat er in Leiden precies 4 telefoons zijn. Zo ook in Den Haag. Construeer een logisch circuit die het mogelijk maakt drie kabels (van Leiden naar Den Haag) te gebruiken waarmee elk van de 4 telefoons in Leiden een verbinding kan krijgen met elk van de 4 telefoons in Den Haag.
3. Laat een set van drie (geklokte) D-flip-flops gegeven zijn. Construeer een circuit waarmee een 1-bit datum selectief naar één van de drie flip-flops gekopieerd kan worden.