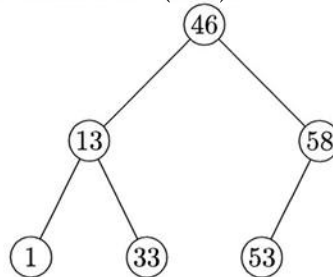
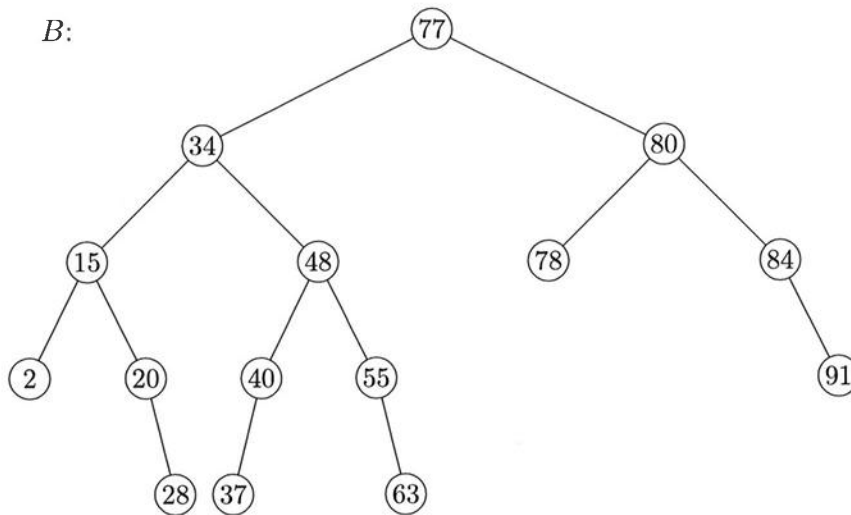


Het tentamen bevat vijf opgaven. Gevraagde functies en programma's mogen in pseudo-code gegeven worden. Geef steeds voldoende uitleg. Succes.

1. Gegeven is de volgende binaire zoekboom (bzb):



- a) Neem de bzb over en voeg symmetrische draden (inorder threads) toe, met alleen draden van voorganger naar opvolger; naar rechts dus.
- b) Wat is de inorde volgorde van de knopen uit de bzb? Toelichting is niet nodig.
- c) Geef pseudocode van het algoritme van Morris om een bzb inorde te doorlopen.
2. a) De interne padlengte is een maat voor de efficiëntie van een binaire zoekboom.
- Geef voor elk van de waarden  $n = 1, 2, 3, 4, 5$  een 'zo slecht mogelijke' AVL-boom met  $n$  knopen, d.w.z.: een AVL-boom met  $n$  knopen met een zo groot mogelijke interne padlengte. Bereken ook in alle gevallen de interne padlengte. Bereken voor  $n = 5$  ook de *externe* padlengte.
  - Geef voor  $n = 1, 2, 3, 4, 5$  ook een zo slecht mogelijke willekeurige binaire zoekbomen met interne padlengte, en voor  $n = 5$  ook de externe padlengte.
- b) Waarom zijn we bij AVL-bomen vaak geïnteresseerd in het minimale aantal knopen in een boom van hoogte  $h$ ?
- c) Construeer een AVL-boom door, uitgaande van een lege boom, achtereenvolgens de volgende getallen toe te voegen: 15, 20, 40, 84, 91, 80, 2, 77, 34 en 78.  
Uiteraard dienen de bomen na iedere toevoeging de AVL-eigenschap te bezitten, dus pas zonnodig rotaties toe. Geef via tussenresultaten en een korte toelichting duidelijk aan hoe je aan je antwoord komt.
- d) Beschouw de volgende AVL-Boom  $B$ :



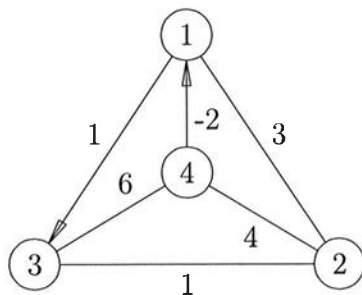
- i. Wat is het resultaat bij verwijdering van het getal 48 uit  $B$ ?
  - ii. En wat bij verwijdering van het getal 78 uit  $B$  (de originele boom dus)?
- Geef ook hierbij aan hoe je aan je antwoord komt.

- 3. a) Geef de definitie van een MIN-heap.
- b) Geef de definitie van een interval heap. Kan in een interval heap het minimale element, het maximale, of beiden snel worden gevonden? Geef toelichting.
- c) Construeer een interval heap waaraan achtereenvolgens de getallen worden toegevoegd: 11, 8, 11, 12, 6, 19, 13, 7, 18, 19, 23. U hoeft alleen het eindresultaat te tonen.

4. Gegeven is een tekstbericht  $M$  met letters met onderstaande frequenties:

letter	<i>a</i>	<i>e</i>	<i>i</i>	<i>s</i>	<i>t</i>	spatie	enter
freq.	10	15	12	3	4	13	1

- a) Welk probleem lost het algoritme van Huffman op?
  - b) Pas het algoritme van Huffman toe op  $M$ . Geef tussenresultaten.
  - c) Hoeveel bits vereist de gecodeerde versie van  $M$ ? Toon uw berekening.
5. Het algoritme van Floyd kan toegepast worden op grafen met negatieve gewichten, zolang tenminste geen cykels aanwezig zijn waarvan het totale gewicht negatief is.



Pas Floyd toe op bovenstaande graaf. Geef ook de tussenresultaten. Let op: er zijn zowel gerichte als ongerichte takken (die in beide richtingen gevolgd kunnen worden).