TENTAMEN FUNDAMENTELE INFORMATICA 2
donderdag 8 januari 2004, 14.00 - 17.00 uur

Dit tentamen bestaat uit 5 opgaven waarbij steeds de waardering tussen [en] gegeven is. In totaal zijn er 100 punten te verdienen.

Opgave 1 [20 pt]
Gegeven zijn twee reguliere talen over het alfabet $\{0,1\}$:
$L_1 = \{0,1\}^*\{01\}\{0,1\}^*$ bestaande uit de woorden die een deelwoord 01 hebben,
$L_2 = \{0,1\}^*\{11\}\{0,1\}^*$ bestaande uit de woorden die een deelwoord 11 hebben.

(a) Geef een eindige automaat die L_1 accepteert.

(b) Geef een eindige automaat die L_2 accepteert.

(c) Geef een eindige automaat voor de taal $L_1 \cup L_2$
die bestaat uit alle woorden die 01 of 11 (of beide) bevatten.

(d) Geef een eindige automaat voor het complement $\{0,1\}^* - L_2$ van L_2.

(e) Geef reguliere expressies voor de talen uit de onderdelen (c) en (d).

NB: geef de gevraagde automaten m.b.v. hun transitiediagrammen;
let erop dat ze deterministisch en volledig gedefinieerd moeten zijn!

Opgave 2 [20 pt]
Gegeven is de niet-deterministische eindige automaat M met alfabet $\{a, b\}$, toestandsverzameling $\{1,2,3,4\}$, begintoestand 1 en accepterende toestanden $\{3,4\}$. De transitiefunctie δ van M staat hieronder in een tabel.

δ	a	b
1	$\{1,2\}$	$\{4\}$
2	$\emptyset$	$\{2,3\}$
3	$\{1\}$	$\emptyset$
4	$\emptyset$	$\emptyset$

(a) Teken het transitiediagram van M.

(b) Bereken $\delta^*(1,a)$, $\delta^*(1,ab)$, $\delta^*(1,aba)$, $\delta^*(1,abb)$
en ga na welke van de vier woorden a, ab, aba abb
door M worden geaccepteerd.

(c) Gebruik de subsetconstructie om een (deterministische) FA te maken die $L(M)$ accepteert.

Opgave 3 [`15 pt`]
Zij $L = \{a\}\{a,b\}^*\{b\} \cup \{b\}\{a,b\}^*\{a\}$ de taal bestaande uit alle woorden die
ofwel met een a beginnen en met een b eindigen
ofwel met een b beginnen en met een a eindigen.

We bekijken de equivalentierelatie I_L bepaald door L:
xI_Ly als $\{z \in \{a,b\}^* \mid xz \in L\} = \{z \in \{a,b\}^* \mid yz \in L\}$.

(a) Bewijs: $[\Lambda]$, $[a]$, $[b]$, $[ab]$ en $[ba]$ zijn de equivalentieklassen van I_L.

(b) Geef de minimale eindige automaat die L accepteert door gebruik te maken van het vorige onderdeel.

Opgave 4 [`25 pt`]
De context-vrije grammatica G wordt gegeven door zijn producties:

$$S \to SaT \mid b \text{ en } T \to SaS$$

(a) Laat zien dat *babab* en *babababab* woorden uit $L(G)$ zijn door voor elk een afleidingsboom te geven.

(b) We bekijken nu G', verkregen uit G door de productie $S \to b$ weg te laten.

Bewijs (met inductie naar k) dat voor alle $k \geq 1$ geldt: als $S \Rightarrow^k_{G'} w$ dan is $w = Sx_1x_2\dots x_k$ met elke $x_j = aS$ of aT en $n_S(w)$, het aantal optredens van S in w, is oneven.

(c) Bewijs $L(G) = \{b\}\{abab\}^*$.

(d) Geef een reguliere grammatica G'' zodat $L(G'') = L(G)$.

(e) Is G dubbelzinnig? Is $L(G)$ inherent dubbelzinnig?
Beargumenteer het antwoord.

Opgave 5 [`20 pt`]
Geef stapelautomaten voor de volgende talen:
$L_1 = \{a^ib^jc^k \mid i,j,k \geq 0 \text{ en } j = i + k\}$,
$L_2 = \{xaybz \mid x,y,z \in \{a,b\}^* \text{ en } |y| = |x| + |z|\}$.

NB: geef de automaten m.b.v. een transitietabel of een transitiediagram
en voorzie ze van enige toelichting.

`einde tentamen`