

TENTAMEN FUNDAMENTELE INFORMATICA 2

donderdag 12 januari 2006, 14.00 - 17.00 uur

Dit tentamen bestaat uit 5 opgaven waarbij steeds de waardering tussen [en] gegeven is. In totaal zijn er 100 punten te verdienen.

Opgave 1 [18 pt]

Bekijk de taal $L = \{00, 11\}^*\{01, 10\}^*$.

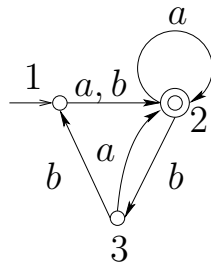
- Laat zien dat er geen taal K bestaat zodat $L = K^*$.
- Geef een eindige automaat voor L .
- Toon aan dat elke eindige automaat die L accepteert tenminste twee eindtoestanden heeft.
- Geef een eindige automaat voor het complement $\{0, 1\}^* - L$ van L .

NB: eindige automaten zijn deterministisch en hun transitiefunctie moet volledig zijn gedefinieerd. Geef de gevraagde automaten d.m.v. hun transitiediagrammen.

Opgave 2 [15 pt]

- Laat zien hoe elke NFA- Λ kan worden omgebouwd naar een NFA- Λ die dezelfde taal herkent en een begintoestand heeft zonder inkomende transitie's en precies één eindtoestand zonder uitgaande transitie's.

Bekijk nu de volgende NFA M :



- Pas de bij (a) gegeven methode toe op M .
- Construeer volgens de methode van Brzozowski en McCluskey een reguliere expressie voor de taal van M .

Opgave 3 [22 pt]

Gegeven is de eindige automaat M met invoeralfabet $\{a, b\}$, drie toestanden 0, 1 en 2 met 0 als begintoestand en enige accepterende toestand; de transitiefunctie δ van M wordt gegeven door $\delta(i, a) = (i + 1) \bmod 3$ en $\delta(i, b) = (i - 1) \bmod 3$ voor alle $i \in \{0, 1, 2\}$.

- Teken het transitiediagram van M .
- Bereken $\delta^*(0, bbab)$ en $\delta^*(0, bbaa)$.

- (c) Bewijs met inductie naar $|w|$ dat voor alle woorden $w \in \{a, b\}^*$ geldt:

$$\delta^*(0, w) = (n_a(w) - n_b(w)) \bmod 3$$

- (d) Geef $L(M)$ (met uitleg).

Opgave 4 [25 pt]

G is de context-vrije grammatica met startsymbool S en producties:

$S \rightarrow CDA \mid VVD \mid PVDA \mid SP \quad A \rightarrow AA \mid AaA \mid a$

$C \rightarrow CC \mid aC \mid a \quad D \rightarrow aD \mid a \mid \Lambda \quad P \rightarrow aP \mid \Lambda \quad V \rightarrow DP \mid \Lambda$

- (a) Geef systematisch alle verdwijnende (nullable) niet-terminalen van G .
Is $\Lambda \in L(G)$? Waarom (niet)?
- (b) Gebruik het vorige onderdeel om een CFG G' te construeren zonder Λ -producties en zodat $L(G') = L(G) - \{\Lambda\}$.
- (c) Geef alle keten producties van G' .
Construeer uit G' een equivalente ketenvrije grammatica G'' .
- (d) Wanneer is een context-vrije grammatica in Chomsky normaalvorm?
- (e) Bekijk nu de context-vrije grammatica $H = (\{Z, A, D\}, \{c, d, v\}, Z, Q)$ en verzameling producties Q bestaande uit:
 $Z \rightarrow cdA \mid vvD \quad A \rightarrow AA \mid D \mid a \quad D \rightarrow d$.
- Geef een grammatica in Chomsky normaalvorm die dezelfde taal genereert als H .

Opgave 5 [20 pt]

- (a) Voor elke $j \geq 0$ is L_j de taal gegeven door $L_j = \{a^k b^{j \cdot k} \mid k \geq 0\}$.
Laat zien dat elke L_j context-vrij is.
- (b) Formuleer het pomplemma voor context-vrije talen.
- (c) Gebruik het pomplemma om te bewijzen dat de taal $L = \{a^k b^{k^2} \mid k \geq 0\}$ niet context-vrij is.
- (d) Is $K = \{a^k b^{j \cdot k} \mid j, k \geq 0\}$ context-vrij?
(Waarom denk je dat? Een bewijs is niet nodig.)

einde tentamen