

TENTAMEN FUNDAMENTELE INFORMATICA 3

vrijdag 9 januari 2009, 10.00 - 13.00 uur

Dit tentamen bestaat uit 5 opgaven. Per opgave staat de waardering steeds tussen [en] vermeld. In totaal zijn er 100 punten te verdienen.

Opgave 1 [25 pt]

Bekijk de volgende talen:

$$L_1 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid n_a(w) = n_b(w) + n_c(w)\},$$

$$L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid n_a(w) + n_b(w) = n_c(w)\} \text{ en}$$

$$L_3 = L_1 \cup L_2.$$

- Geef twee DPDA's M_1 en M_2 die L_1 respectievelijk L_2 accepteren.
 - Is er een DPDA die L_1 accepteert met lege stapel? Waarom (niet)?
En bestaat zo'n automaat voor L_2 ? Waarom (niet)?
 - Geef een (niet per se deterministische) stapelautomaat M_3 voor L_3 .
 - Geef accepterende berekeningen van M_3 voor de invoerwoorden
 Λ $aacc$ abc abc .
 - Neem de volgende punten voor waar aan:
I: als een taal L wordt geaccepteerd door een DPDA
dan is $L^\# = \{x\#y \mid x, y \in L\}$ ook een DCFL;
II: de familie van deterministische context-vrije talen is gesloten onder doorsnijding met reguliere talen;
III: de taal $L_3^\# \cap \{a\}^*\{b\}^*\{\#\}\{c\}^*$ is niet context-vrij.
Gebruik I, II en III om aan te tonen dat L_3 geen DCFL is.
 - Is $L_4 = L_1 \cap L_2$ een DCFL? Waarom (niet)?
-

Opgave 2 [18 pt]

Gegeven is de CFG G met startsymbool S , terminaal alfabet $\{d, e, f\}$ en producties: $S \rightarrow Tf$ $T \rightarrow TXd \mid TYe \mid \Lambda$ $X \rightarrow eX \mid eY$ $Y \rightarrow Yd \mid \Lambda$.

- Elimineer de links-recursie in G zonder de gegenereerde taal te veranderen.
- Pas factorisatie toe op de producties $X \rightarrow eX$ en $X \rightarrow eY$.

De grammatica die resulteert na de vorige onderdelen noemen we H .

- Geef voor elke productie van H de bijbehorende lookahead (de verzameling terminale symbolen die als volgend invoersymbool bij een productie horen).
- Formuleer wat wordt verstaan onder de LL(1) eigenschap van context-vrije grammatica's. Leg uit waarvoor deze eigenschap wordt gebruikt.
- Gebruik onderdeel c om na te gaan of H aan de LL(1) eigenschap voldoet.

Opgave 3 [20 pt]

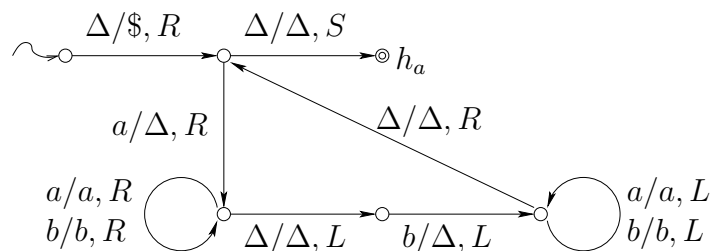
Construeer een Turingmachine T die de functie $f : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1, \#\}^*$ berekent gegeven door

$f(w) = x\#y\#z$ als $w = xyz$ met $|x| = |y| = |z|$; anders is $f(w)$ niet gedefinieerd. Met andere woorden, T verdeelt gegeven invoer in drie stukken van gelijke lengte, als dat kan.

Geef T door middel van zijn toestandsdiagram en leg de gevolgde methode duidelijk uit.

Opgave 4 [20 pt]

Hieronder is het toestandsdiagram getekend van een Turingmachine T die de taal $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ accepteert.



- Pas T zo aan dat de resulterende TM $\{a, b\}^* - L$ accepteert.
- Maak van T een Turingmachine die L beslist.
- Welke van de volgende beweringen zijn waar en welke niet? Leg je antwoorden kort uit.
 - Het complement van een recursieve taal is recursief.
 - Het complement van een recursief opsombare taal is recursief opsombaar.
 - Er zijn aftelbaar veel recursief opsombare talen over $\{a, b\}$.
 - Elke taal over $\{a, b\}$ is recursief opsombaar.

Opgave 5 [17 pt]

- Definieer: $P_1 \leq P_2$ (P_1 reduceert naar P_2) voor twee beslissingsproblemen P_1 en P_2 .
- Neem aan dat P_1 onbeslisbaar is en $P_1 \leq P_2$. Laat zien dat P_2 ook onbeslisbaar is.

Bekijk nu de volgende twee beslissingsproblemen:

AcceptsEverything:

Gegeven Turingmachine T ; accepteert T alle woorden over zijn invoeralfabet?

NoLoops:

Gegeven Turingmachine T ; stopt T altijd (al dan niet succesvol) voor alle woorden over zijn invoeralfabet?

- Gegeven is dat AcceptsEverything onbeslisbaar is. Toon aan dat NoLoops onbeslisbaar is.

einde tentamen