

Er zijn 5 opgaven, die respectievelijk 25, 15, 15, 20 en 25 punten waard zijn.

Voorzie de antwoorden van uitleg over de aanpak, en van voldoende tussenresultaten. Geef bij bewijzen het nummer (in het dictaat) van iedere stelling die je gebruikt.

- 1) De taal  $K \subseteq \{a, b\}^*$  is als volgt gedefinieerd:

$$K = \{a^m b^n \mid m, n \geq 0, m + n \text{ is even}\}.$$

Opmerking: het getal 0 is even.

- a. Geef een deterministische eindige automaat voor  $K$ .
  - b. Geef een rechts-lineaire grammatica die de taal  $K$  genereert.
  - c. Geef een reguliere expressie voor  $K$ .
  - d. Geef een MSOL( $\{a, b\}$ ) formule  $\phi$  voor  $K$ . Hierbij mag gebruik worden gemaakt van een formule  $\phi_{\text{even}}$  waarvoor geldt dat  $L(\phi_{\text{even}}) = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \text{ is even}\}$ .
- 2) Bekijk de context-vrije grammatica  $G_2$  met niet-terminalen  $S, A, B, C$ , terminalen  $a, b$ , startsymbool  $S$ , en de volgende producties:  
 $S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow CA, \quad A \rightarrow a, \quad B \rightarrow BC, \quad B \rightarrow a, \quad C \rightarrow AB, \quad C \rightarrow b$ .
- Bepaal met het CYK (Cocke-Younger-Kasami) algoritme
- a. of het woord  $aaaab$  in de taal  $L(G_2)$  zit of niet,
  - b. en evenzo voor het woord  $aaaba$ .
- 3) Bekijk nu de context-vrije grammatica  $G_3$  met niet-terminalen  $S, A, B, C$ , terminalen  $a, b$ , startsymbool  $S$ , en de volgende producties:  
 $S \rightarrow AB, \quad S \rightarrow Ca, \quad A \rightarrow a, \quad B \rightarrow BC, \quad B \rightarrow BB, \quad B \rightarrow a,$   
 $C \rightarrow aB, \quad C \rightarrow b$ .
- a. Toon aan dat  $G_3$  niet LL(1) is.
  - b. Geef een met  $G_3$  equivalente context-vrije grammatica in Greibach normaalvorm.
- 4) Bewijs met behulp van de pomplemma's voor de reguliere en de context-vrije talen dat
- a. de taal  $K_1 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) < \#_b(w), \#_c(w) \text{ is oneven}\}$  niet regulier is, en
  - b. de taal  $K_2 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) < \#_b(w) < \#_c(w)\}$  niet context-vrij is.

- 5) Vergeet in deze opgave niet om aan te geven of de stapelautomaten accepteren door middel van de lege stapel of door middel van eindtoestanden.

De talen  $L_1, L_2 \subseteq \{a, b, c\}^*$  worden als volgt gedefinieerd:

$$L_1 = \{wc \mid w \in \{a, b\}^*, \#_a(w) < \#_b(w)\}$$

en

$$L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) < \#_b(w)\}.$$

- a. Geef een deterministische stapelautomaat voor de taal  $L_1$ .
- b. Geef een deterministische stapelautomaat voor de taal  $L_2$ .
- c. Zit  $L_1$  in  $\text{DSA}_e$ ? Zit  $L_2$  in  $\text{DSA}_e$ ?
- d. Bewijs dat de taal  $K_1$  van Opgave 4 context-vrij is.  
Bewijs dat het complement van deze taal ook context-vrij is.