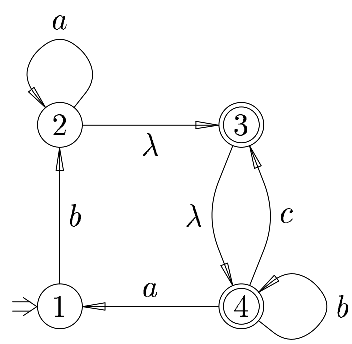
Van de volgende 6 opgaven moeten er 5 gemaakt worden! Je mag dus zelf kiezen welke 5.
Iedere opgave is 20 punten waard.

Voorzie de antwoorden van uitleg over de aanpak, en van voldoende tussenresultaten.
Geef bij bewijzen het nummer (in het dictaat) van iedere stelling die je gebruikt.

1) Gegeven is de volgende eindige automaat $\mathcal{A}$ met λ-takken:



a. Construeer een rechts-lineaire grammatica die de taal $L(\mathcal{A})$ genereert. 10+10

b. Geef reguliere expressies voor de taal $L(\mathcal{A})$ en voor de taal $\{aubvc \mid u \in L(\mathcal{A}), v \in a^*\}$.

2) **a.** Geef een MSOL($\{a, b, c\}$) formule ϕ_1 voor de taal van alle woorden die géén deelwoord van de vorm ca^nc, $n \geq 0$, hebben. 10+10

b. Geef eindige automaten $\mathcal{A}_2$ en $\mathcal{A}_3$ voor de talen die gespecificeerd worden door de volgende MSOL($\{a, b, c\}$) formules ϕ_2 en ϕ_3:

$\phi_2 = i < j \wedge ((a(i) \wedge b(j)) \vee (b(i) \wedge c(j)))$

$\phi_3 = (\exists i)(\exists j)\phi_2$.

3) Bekijk de context-vrije grammatica G_1 met niet-terminalen S en T, terminalen a en b, startsymbool S, en de volgende producties:

$S \to SaT, \quad S \to b, \quad T \to aTb, \quad T \to b.$

a. Geef een met G_1 equivalente cf grammatica G_2 in Greibach normaalvorm. 8+4+8

b. Waarom zijn G_1 en G_2 niet sterk LL(1)? Construeer uit G_2 een equivalente cf grammatica G_3 door factorizatie toe te passen.

c. Bereken voor G_3 de verzamelingen $\mathrm{LA}_1(A \to w)$ voor iedere productie $A \to w$, en ga na of G_3 sterk LL(1) is of niet.

4) De taal $K \subseteq \{a,b,c\}^*$ is als volgt gedefinieerd:
$K = \{ucv \mid u, v \in \{a,b\}^*, |u| \text{ is een 3-voud}, v = \text{mir}(u)\}$.
Opmerking: 0 is een 3-voud.

a. Geef een context-vrije grammatica voor K. 10+10

b. Bewijs dat K niet regulier is.

5) Vergeet in deze opgave niet om aan te geven of de stapelautomaten accepteren door middel van de lege stapel of door middel van eindtoestanden.

a. Geef een deterministische stapelautomaat voor de taal K uit de vorige opgave. 8+8+4

b. Geef een deterministische stapelautomaat voor de taal
$K' = \{ucvw \mid u, v, w \in \{a,b\}^*, v = \text{mir}(u), |vw| \text{ is een 3-voud}\}$.

c. Zit K in $\mathsf{DSA_e}$? Zit K' in $\mathsf{DSA_e}$?

6) Voor iedere taal K definieren we de talen $l(K)$ en $f(K)$ als volgt. De taal $l(K)$ bestaat uit alle woorden die één letter verschillen met een woord van K, en de taal $f(K)$ bestaat uit alle woorden die niet in K zitten, maar die één letter verschillen met een woord van K (met andere woorden: ze bevatten één fout).

(Bijvoorbeeld, als K = Nederlands, dan zitten "komeel" en "kaneel" in $l(K)$ omdat ze één letter verschillen met "kameel". Dus "komeel" zit in $f(K)$, maar "kaneel" niet.)

Voor $K \subseteq \{a,b\}^*$ geldt:
$l(K) = \{ubv \mid uav \in K\} \cup \{uav \mid ubv \in K\}$ en $f(K) = l(K) - K$.

Bewijs de volgende uitspraken: 15+5

a. Als K regulier is, dan zijn $l(K)$ en $f(K)$ regulier.
Hint: gegeven een eindige automaat $\mathcal{A} = (Q, \{a,b\}, \delta, I, F)$ voor K, construeer een eindige automaat $\mathcal{B} = (Q', \{a,b\}, \delta', I', F')$ voor $l(K)$. De automaat $\mathcal{B}$ simuleert $\mathcal{A}$, gokt niet-deterministisch de veranderde letter, en houdt in zijn toestand bij of de letter al veranderd is of niet.

b. Als K context-vrij is, dan is $l(K)$ context-vrij.
Opmerking: Het kan bewezen worden dat $f(K)$ niet altijd context-vrij is.