Er zijn 8 opgaven. Iedere opgave is 12 punten waard,
behalve opgaven 4 en 7, die 14 punten waard zijn.

Geef in alle semantische tableaus precies aan welke reductieregels je gebruikt!

1. Over het weer in Maastricht op dit moment weten we het volgende:

- Als het regent, dan dooit het.
- Als het sneeuwt, dan dooit het niet.
- Het regent of het dooit.

Sneeuwt het in Maastricht?
Bepaal het antwoord op deze vraag (ja of nee) met behulp van een waarheidstabel (modeleliminatie).

2. Maak reductieregels voor het binaire connectief $\varphi \ominus \psi$ dat logisch equivalent is met $\varphi \wedge \neg\psi$.
Gebruik deze reductieregels om met behulp van een semantisch tableau te laten zien dat $p \ominus q,\ r \rightarrow q \models p \ominus r$.

3. De formule $((p \vee q) \wedge (p \rightarrow r)) \rightarrow ((q \wedge \neg r) \vee r)$ is een tautologie.
Toon dat aan door middel van een semantisch tableau.

4. Bewijs met natuurlijke deductie:

a) $p \vee q,\ p \rightarrow r \vdash (q \rightarrow r) \rightarrow r$

b) $p \rightarrow r,\ q \rightarrow \neg r \vdash p \rightarrow \neg q$

5. Beschouw het domein der mensen, met de volgende twee predikaten:
Kxy betekent "x kent y", en Vx betekent "x is een vrouw".
Schrijf nu ieder van de volgende zinnen als formule van de predikaatlogica:

a) Sommige vrouwen kennen elkaar.

b) Niemand kent alle mannen.

c) Geen enkele man kent meer dan één vrouw.

Opmerking: de gelijkheidsrelatie $(x = y)$ mag gebruikt worden.

6. Laat door middel van een semantisch tableau zien dat de volgende gevolgtrekking *niet* geldig is: uit $\forall x\,(\neg Ax \to \exists y\,(Rxy \wedge Ay))$ volgt $\forall x\, Ax$.
Construeer uit het semantische tableau een tegenvoorbeeld voor deze gevolgtrekking.

Opmerking: het tableau is oneindig, maar heeft een eindige open tak.

7. Laat zien dat uit $\exists x\,(Ax \wedge \forall y\, Rxy)$ volgt dat $\forall v\, \exists u\,(Au \wedge Ruv)$.
Doe dat

a) met een semantisch tableau, en

b) met natuurlijke deductie.

8. Een formule φ van de propositielogica noemen we *negatieloos* als φ géén negaties bevat.

Voor iedere formule φ van de propositielogica geldt:
ofwel er bestaat een negatieloze formule ψ zodat $\varphi \equiv \psi$,
ofwel er bestaat een negatieloze formule χ zodat $\varphi \equiv \neg\chi$
(met andere woorden, ofwel φ ofwel $\neg\varphi$ is logisch equivalent met een negatieloze formule).

a) Laat dit zien voor de formules
$\neg p \to q$, $p \to \neg q$, $\neg p \to \neg q$, $\neg p \vee q$, $\neg p \vee \neg q$, $p \wedge \neg q$ en $r \to (\neg\neg p \wedge \neg q)$.

b) Beschrijf een algemene methode om φ in ψ of $\neg\chi$ om te zetten,
óf geef een bewijs met formule-inductie.

c) Geldt dit ook voor de predikaatlogica? Waarom?