

Tentamen Analyse 1NA

vrijdag 8 januari 2016, 14.00-17.00

Motiveer elk antwoord met een berekening of redenering en vermeld de stellingen die je gebruikt. Een grafische rekenmachine is niet toegestaan; een gewone rekenmachine mag wel worden gebruikt, maar elk antwoord moet exact worden berekend.

Voor dit tentamen kunnen 83 punten worden gehaald. Het tentamen is voldoende bij 46 pt.

1. De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 15x}{4x - 2} & \text{voor } x \leq 0 \\ x \ln^2 x & \text{voor } x > 0. \end{cases}$$

- Ga na of f continu is in $x = 0$. (3 pt)
- Ga na of f differentieerbaar is in $x = 0$. (3 pt)
- Ga na of f asymptoten (verticaal, horizontaal, scheef) heeft en bepaal de vergelijking van de eventuele asymptoten. (6 pt)
- Bepaal de extreme waarden van f en bepaal of het maxima dan wel minima zijn. Geef tevens aan of de maxima en minima globaal of alleen lokaal zijn. (12 pt)

2. Bereken de volgende primitieven en integralen:

a. $\int \frac{x^2 - 4x}{(x^2 + 4)(x + 2)} dx$. (10 pt)

b. $\int_0^1 x \ln^2 x dx$. (8 pt)

c. $\int \frac{1}{\sqrt{-x^2 - x}} dx$. (5 pt)

3. De rij a_1, a_2, \dots is recursief gedefinieerd door

$$a_{n+1} = \sqrt{2a_n + 15}, \quad a_1 = 0.$$

Ga na of de rij convergeert en bepaal de limiet, indien deze bestaat. (8 pt)

4. Ga van de volgende reeksen na of deze absoluut convergeren, voorwaardelijk convergeren of divergeren:

a. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n}$ (8 pt)

b. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n\sqrt{4n+3}}$. (6 pt)

5. Bereken de limiet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(2x) - 2x}{x^3}. \quad (5 \text{ pt})$$

6. Gebruik het eerste-orde Taylorpolynoom van $\sqrt[3]{x}$ rond $a = 27$, in combinatie met de restterm, om te laten zien dat

$$-\frac{1}{200} \leq \sqrt[3]{26} - \frac{80}{27} \leq -\frac{1}{3000}. \quad (9 \text{ pt})$$