

# ANALYSE 1, VOLLEDIG TENTAMEN

maandag 12 januari 2004, 14:00–17:00

- Vermeld niet alleen uw naam, maar ook uw studentnummer, studie(s) en docent.
- Een (grafische) rekenmachine is toegestaan, een formulekaart niet.
- Let wel: eindantwoorden alleen tellen niet! Een goede motivatie en/of berekening is noodzakelijk.
- Dit tentamen bestaat uit 9 opgaven. Vergeet de achterkant niet.

Succes!

---

1. Bepaal alle complexe oplossingen van de vergelijking

$$(z + 2)^4 = -4$$

en schets ze in het complexe vlak.

2. (a) Bepaal de algemene oplossing van de differentiaalvergelijking

$$y'' - y = 0.$$

(b) Los het volgende beginwaardenprobleem op:

$$\begin{cases} y'' - y = 0, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 3. \end{cases}$$

3. Voor welke  $c \in \mathbb{R}$  is de functie  $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ , gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} c^3 \cos x & \text{voor } x < 0, \\ c^2 \sin x - 1 & \text{voor } x \geq 0 \end{cases}$$

continu in 0?

4. (a) Laat  $I$  een niet-leeg open interval zijn, en veronderstel dat de functie  $f : I \mapsto \mathbb{R}$  gegeven is, evenals een getal  $a \in I$ . Wanneer is  $f$  differentieerbaar in  $a$ ?

(b) Bereken, *uitgaande van de definitie als bedoeld onder (a)*, de afgeleide  $f'(10)$  voor de functie  $f : (1, \infty) \mapsto \mathbb{R}$ , gegeven door

$$f(x) = \sqrt{x-1}.$$

**ZIE OMMEZIJDE**

5. De kromme in het vlak, gegeven door de vergelijking

$$xy = 6e^{2x} - 3y,$$

heeft een welgedefinieerde raaklijn in het punt  $(3, 2)$ . Bereken de helling (richtingscoëfficiënt) van die raaklijn.

6. Laat de functie  $f$  gegeven zijn door

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}.$$

- (a) Bepaal de snijpunten van de grafiek van  $f$  met de  $x$ -as en de  $y$ -as.
- (b) Bepaal de asymptoten van de grafiek van  $f$ .
- (c) Bepaal de extrema van  $f$  (plaats, aard en grootte).
- (d) Schets de grafiek van  $f$ , duidelijk gebruik makend van de voorgaande onderdelen.

7. Bereken de limiet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-6x + x^3 + 6 \sin(x)}{x^5}.$$

8. Laat voor  $a \in \mathbb{R}$  de functie  $f_a : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  gegeven zijn door

$$f_a(x) = x^a \ln(x).$$

- (a) Bepaal de onbepaalde integraal  $\int f_a(x) dx$  voor  $a = -1$ .
- (b) Bepaal de onbepaalde integraal  $\int f_a(x) dx$  voor  $a \neq -1$ .
- (c) Bereken  $\int_2^\infty x^{-3} \ln(x) dx$ .

9. Bepaal de onbepaalde integraal

$$\int \frac{x^2 + x + 3}{(x+2)(x^2+1)} dx.$$

---

Het nagekeken werk kan op maandag 26 januari van 13.00-13.45 uur worden afgehaald in zaal 412 van het Mathematisch Instituut. Niet afgehaald werk wordt op de gebruikelijke manier beschikbaar gemaakt tegenover de studentenadministratie (kamer 203).