ANALYSE 1, VOLLEDIG TENTAMEN
maandag 17 januari 2005, 14.00–17.00 uur

- Vermeld niet alleen uw naam, maar ook uw studentnummer, studie(s) en docent.
- Het gebruik van een grafische rekenmachine is toegestaan, een formulekaart niet.
- Dit tentamen bestaat uit 9 opgaven. Vergeet de achterkant niet.

---

1. Bewijs (bijvoorbeeld met de binomiaalformule) dat

$$\sum_{j=0}^{n} \binom{n}{j} = 2^n.$$

2. Bepaal

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{2x} - 1 - \sin 2x}{\log(1+x) - x}$$

3. Bereken de volgende primitieven:

$$\int x^2 \sin x dx, \qquad \int \frac{x dx}{(x^3 - 8)}.$$

4. (a) Formuleer de formule van De Moivre.

   (b) Laat zien dat

$$e^{\cos x} \cos(\sin x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos nx}{n!}.$$

   Hint: Gebruik de machtreeksontwikkeling van e^y en vul een geschikte (complexe) y in. U mag gebruiken dat $y \to e^y$ analytisch is.

5. (a) Bereken de convergentiestraal van de machtreeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+2)}$$

   en bepaal vervolgens

$$\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}.$$

(b) Onderzoek de volgende reeksen op convergentie. Geef aan of er sprake is van absolute convergentie, (gewone) convergentie of divergentie.

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\ln(\ln(n+1))}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{1+\sin n}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n+1}}{3^n-2^n}.$$

6. Bereken, indien zij bestaan, de volgende limieten:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sin(x-1)\tan(x-1)}{(x-1)^2}, \qquad \lim_{x\to 0} x\ln^2 x.$$

7. Bereken $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{\sin x}{n}\right)^n$.

8. De functie f is gedefinieerd door

$$f(x)=\sqrt{e^x(x+1)}.$$

(a) Bereken het domein van f.

(b) Geef de lineaire benadering van f in het punt $x=0$.

9. Gegeven een getal $c\in\mathbb{R}$ en de functie

$$f(x)=\begin{cases} -\frac{1}{5}(x-c)(x-2c) & \text{voor } x<0,\\ (x+c)(x-c-1/5) & \text{voor } x\geq 0.\end{cases}$$

(a) Voor welke c is f continu in 0?

(b) Voor welke c is f differentieerbaar in 0?

Normering$= 1+\frac{5+10+10+10+10+10+10+10+15}{10}$