

ANALYSE 1
dinsdag 28 maart 2006, 14.00–17.00 uur

- Vermeld niet alleen uw naam, maar ook uw studentnummer, studie(s) en docent.
- Het gebruik van een grafische rekenmachine is toegestaan, een formulekaart niet.
- Dit tentamen bestaat uit 8 opgaven. Vergeet de achterkant niet.

-
1. (a) Teken in het complexe vlak de punten van de verzameling

$$\{z \in \mathbb{C} \mid |z - i| = |z + i|\}$$

- (b) Schrijf $\exp(\frac{1}{2} \log 3 + \frac{7}{6} \pi i)$ in de vorm van $a + bi$.
(c) Te bewijzen: Als $|z| = 1$, dan is $\frac{z}{z^2 - 1}$ zuiver imaginair.
(d) Los op: $z^6 + 4z^3 + 4 = 0$.

2. (a) De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$f(x) = \log(2 + \exp(\exp(x))).$$

Geef de lineaire benadering van f in het punt $x = 0$.

- (b) Laat zien dat voor alle $t > 0$:

$$\arcsin\left(\frac{1}{1+t^2}\right) - \pi/2 > -t\sqrt{2}.$$

3. Gegeven de functie

$$f(x) = \sin(x^2 + |x|)$$

- (a) Voor welke x is f continu?
(b) Voor welke x is f differentieerbaar?

4. Bepaal de extrema van de functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, gegeven door

$$f(x) = (x + 2)e^{-x^2}$$

Geef aan of de extrema lokaal of globaal zijn.

5. Bepaal

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) \sin(x) - x^2}{e^{x^4} - 1}$$

6. Bereken de volgende primitieven:

$$\int \frac{2x^3}{\sqrt{x^2+2}} dx, \quad \int \arctan x dx.$$

7. Bepaal de convergentiestraal van de volgende machtreeksen.

$$\sum_{n=3}^{\infty} (n^2 \sin(n^2 + 1))x^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n)!}{(3n)!} x^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^{3n}.$$

8. (a) Bepaal de oplossingen van de differentiaalvergelijking

$$y''(t) + y'(t) - 6y(t) = 36t$$

(b) Geef de machtreeksontwikkeling bij 0 van $g : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven door

$$g(x) = \int_{-x}^x \frac{1}{1-t^2} dt$$

Normering = $1 + \frac{15+10+10+10+10+15+10+10}{10}$