ANALYSE 1, VOLLEDIG TENTAMEN
maandag 16 januari 2006, 14.00–17.00 uur

- Vermeld niet alleen uw naam, maar ook uw studentnummer, studie(s) en docent.
- Het gebruik van een grafische rekenmachine is toegestaan, een formulekaart niet.
- Dit tentamen bestaat uit 8 opgaven. Vergeet de achterkant niet.

---

1. (a) Teken in het complexe vlak de punten van de verzameling

$$\{z \in \mathbb{C} \mid z + \bar{z} = 2\}$$

   (b) Schrijf in de vorm van $a + bi$: $e^{\frac{1}{2}\log 2 + \frac{3}{4}\pi i}$.

   (c) Te bewijzen: Als $|z| = 1$, dan is $\frac{z^2-1}{z}$ zuiver imaginair.

   (d) Los op: $z^3 + (1-i)z^2 + (2+i)z = 0$.

2. (a) De functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$f(x) = \sqrt{2 + \sin x}.$$

   Geef de lineaire benadering van f in het punt $x = 0$.

   (b) Laat zien dat voor alle $n \in \mathbb{N}$:

$$\log(\log(n+1)) - \log(\log(n)) < \frac{1}{(\log n)^2}.$$

3. Gegeven een getal $c \in \mathbb{R}$ en de functie

$$f(x) = \begin{cases} x(x\sin(1/x) + c) & \text{voor } x < 0, \\ (x-c)^2 x & \text{voor } x \geq 0. \end{cases}$$

   (a) Voor welke c is f continu in 0?

   (b) Voor welke c is f differentieerbaar in 0?

4. Bepaal de extrema van de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \log x^2 & \text{voor } x \neq 0, \\ 0 & \text{voor } x = 0. \end{cases}$$

   Geef aan of de extrema locaal of globaal zijn.

5. Bepaal

$$\lim_{x \to 0} \frac{\left(e^{2x} - 1\right)\left(\log(1+2x) - 2x\right)}{(\cos x - 1)\sin x}$$

6. Bereken de volgende primitieven:

$$\int \frac{2x+1}{x^3+4x}\,dx, \qquad \int \arcsin x\ dx.$$

7. Bepaal de convergentiestraal van de volgende machtreeksen.

$$\sum_{n=3}^{\infty} \ln(\ln(n))x^n, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!\ \cos n} x^n, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{(n^2+1)}}{7^{n^2} - 3^{n^2}} x^{3n}.$$

8. (a) Bepaal de afgeleide van de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeven door

$$f(x) = \int_{\sin x}^{\cos x} e^{(t^2)} dt$$

(b) Geef de machtreeksontwikkeling bij 0 van $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeven door

$$\int_0^x e^{(-t^4)} dt$$

Normering$= 1 + \frac{15+10+10+10+10+15+10+10}{10}$