

# == Tussentoets Analyse 1 ==

Maandag 22 oktober 2007, 11:15-13:00u

---

- Schrijf op ieder vel je naam en studentnummer, de naam van de docent (S. Hille, O. van Gaans) en je studierichting.
- Geef niet alleen antwoorden, leg elke stap uit die je maakt.
- Een (grafische) rekenmachine is toegestaan. Een formuleblad niet. Bedenk wel, dat exacte antwoorden worden gevraagd, tenzij anders vermeld staat!
- Dit tentamen bestaat uit **vier** opgaven.

**Succes!**

---

1.) Beschouw de functie

$$f(x) = \sqrt{|x^2 - 4|} - 2x.$$

- Bepaal de (horizontale of scheve) asymptoot van  $f$  voor  $x \rightarrow \infty$ .
  - Bepaal de aard (minimum, maximum, lokaal, globaal), plaats en grootte van de extremen van  $f$  op  $[0, \infty)$ .
  - Schets de grafiek van  $f$  op  $[0, \infty)$ . Geef duidelijk de asymptoot en de extremen aan.
- 2.) Geef een benadering van  $\sqrt[3]{7,9}$  als breuk (geen decimale ontwikkeling) door gebruik te maken van de lineaire benadering van de functie  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  in een geschikt gekozen punt.
- 3.) Beschouw de functie  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{\pi}{2}, & x \in (0, 1], \\ \sqrt{|x|}, & x \in [-1, 0]. \end{cases}$$

- Toon aan dat  $f$  continu is op  $[-1, 1]$ .
  - Laat zien dat  $f$  injectief is.
  - Bepaal het domein van  $f^{-1}$  en de inverse functie  $f^{-1}$ .
  - Laat zien dat  $f$  een buigpunt heeft in  $x = 0$ .
- 4.) Bewijs de volgende ongelijkheid:

$$\ln x \leq x - 1, \quad \text{voor alle } x > 0.$$

(Aanwijzing: gebruik de Middelwaardestelling.)