

== Toets Analyse 1NA ==
Maandag 19 oktober 2009, 10:00-12:00 uur

- Schrijf op ieder vel je naam en studentnummer.
- Er zijn **vier** opgaven. Elk antwoord dient gemotiveerd te worden met een (korte) berekening, redenering of verwijzing naar de theorie.
- Het gebruik van een (grafische) rekenmachine is toegestaan. Bedenk wel, dat exacte antwoorden worden gevraagd, tenzij anders vermeld staat!

Succes!

1.) Bekijk de functie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}, & x < 0, \\ \arctan(2x+1) - \frac{\pi}{4}, & x \geq 0. \end{cases}$$

- (a) Toon aan dat f continu is.
- (b) Is f differentieerbaar in 0? Bewijs je antwoord!
- (c) Bepaal $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ en $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (d) Toon aan dat f strict stijgend is op \mathbb{R} .
- (e) Bepaal het bereik van f op $(-\infty, 0)$, op $[0, \infty)$ en op heel \mathbb{R} .
- (f) Bereken een functievoorschrift voor de inverse f^{-1} van f op \mathbb{R} .

2.) Bekijk de functie $g: [-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven door

$$g(x) = \ln(1 + x^2 e^{-x^2}), \quad x \geq -2.$$

- (a) Bepaal $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$.
- (b) Bepaal plaats, aard en grootte van de extremen van g op $[-2, \infty)$.

3.) De kromme C in \mathbb{R}^2 is gegeven door de vergelijking

$$\tan(xy^2) = \frac{1}{2}y + \sin^2 x.$$

Bereken een vergelijking voor de raaklijn aan C in het punt $(\frac{\pi}{4}, 1)$.

- 4.) (a) Teken in het complexe vlak de verzameling van alle $z \in \mathbb{C}$ met $2 < |z| \leq 3$ en $\frac{\pi}{2} \leq \arg(z) \leq \frac{3\pi}{4}$. Geef van de randen en hoeken duidelijk aan of zij wel of niet in de verzameling liggen.
- (b) Bepaal alle $z \in \mathbb{C}$ die voldoen aan $z^3 = 27i$. Schrijf de oplossingen in de vorm $z = a + bi$ met a en b reëel en vereenvoudig de uitdrukkingen zoveel mogelijk.

Opgave	1	2	3	4	totaal
Punten:	20	14	8	8	50
	(4+3+3+3+2+5)	(2+12)		(3+5)	