

Tussentoets Analyse 1NA

maandag 19 oktober 2015, 11.00-13.00

Motiveer elk antwoord met een berekening of redenering en vermeld de stellingen die je gebruikt. Een grafische rekenmachine is niet toegestaan; een gewone rekenmachine mag wel worden gebruikt, maar elk antwoord moet exact worden berekend.

Voor dit tentamen kunnen 54 punten worden gehaald. Het tentamen is voldoende bij 30 pt.

1. Bereken $\frac{1}{(1 + i\sqrt{3})^{10}}$. Geef het antwoord in rechthoekige coördinaten ($z = a + bi$). Er kan worden gebruikt dat $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.

2. Het polynoom $P(x) = x^4 + 4x^3 - 7x^2 - 8x + 10$ heeft een nulpunt $x = -5$.

Bepaal alle nulpunten van $P(x)$.

3. Bereken de volgende limieten zonder de stelling van de l'Hôpital te gebruiken:

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 4x + 2} + x$.

b. $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x + 8}{\sqrt[3]{x^2} - 4}$.

4. Bepaal de afgeleide van de functie $f(x) = \ln^3(\cos^2 x + 1)$.

***** Op de achterzijde staan nog meer opgaven! *****

5. Bewijs m.b.v. de middelwaardestelling dat

$$\sqrt[3]{1+3x} < 1+x$$

voor $x > 0$ en ook voor $-\frac{1}{3} < x < 0$.

6. Beschouw de functie $g(x) = \ln(x^2 + 2x + 2)$ met domein $[-1, \infty)$.

a. Leg uit dat g continu en differentieerbaar is op zijn domein.

b. Toon aan dat g injectief is op zijn domein en bepaal het bereik B_g van g .

c. Bepaal een uitdrukking voor $g^{-1}(x)$ voor $x \in B_g$.

d. Laat, zonder het functievoorschrift van g^{-1} uit c te differentiëren, zien dat g^{-1} differentieerbaar is in $x = \ln 2$ en bereken $(g^{-1})'(\ln 2)$.

7. De kromme $K \subset \mathbb{R}^2$ heeft vergelijking $x^3 + 4xy + y^2 + 2 = 0$. Bepaal een vergelijking van de lijn die aan de kromme K raakt in het punt $(1, -1)$.

Puntenverdeling:

1	2	3	4	5	6	7	Totaal
6	5	4+5	5	6	4+6+4+4	5	54