Tentamen Analyse 2NA. Woensdag 6 juli 2016, 14.00-17.00 uur.

Alle antwoorden dienen vergezeld te gaan van een motivering in de vorm van een berekening of redenering. Grafische rekenmachines zijn niet toegestaan!

---

1. Gegeven is de functie $f : D \to \mathbb{R}$ door $f(x,y) = xye^{-3x-2y}$ waarbij $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0\ , y \geq 0\}$ het eerste kwadrant in $\mathbb{R}^2$ is.

   Bewijs dat f op D een minimum en een maximum aanneemt en bepaal het (absolute) minimum en maximum van de functie f op D (geef zowel de plaats als de waarde). (11p)

2. $E \subset \mathbb{R}^2$ is de ellips met vergelijking $2x^2 + 3y^2 = 5$.

a. Bereken de integraal $\displaystyle\oint_E (e^x \cos x + 2xy)\,dx + 2x^2\,dy$ met een parametervoorstelling. (8p)

b. Bereken de integraal $\displaystyle\oint_E (e^x \cos x + 2xy)\,dx + 2x^2\,dy$ met de stelling van Green. (6p)

3. $\mathbf{F}$ is het vectorveld $x\mathbf{i} - z\mathbf{k}$ in $\mathbb{R}^3$.

a. Bepaal een parametervoorstelling van de veldlijn (of integraalkromme) van $\mathbf{F}$ die door het punt $(1, -1, 1)$ gaat. (7p)

b. Leg uit, zonder te rekenen, dat er een op $\mathbb{R}^3$ gedefinieerd vectorveld $\mathbf{G}$ bestaat met de eigenschap dat $\nabla \times \mathbf{G} = \mathbf{F}$. (3p)

c. Bepaal een vectorveld $\mathbf{G}$ zodanig dat $\nabla \times \mathbf{G} = \mathbf{F}$. (7p)

Op de achterzijde staan nog meer opgaven!

4. C is de snijkromme van de bol $x^2+y^2+z^2 = 12$ en het vlak $x+y-z = 2$.

   Gebruik Lagrange-multiplicatoren om het punt op C te vinden dat minimale afstand heeft tot het punt $(1, 1, 1)$. (10p)

5. Beschouw in $\mathbb{R}^3$ het geparametriseerde oppervlak T met parametervoorstelling

   $$x = \cos u(2+\cos v),\ y = \sin u(2+\cos v),\ z = \sin v \quad (0 \le u \le 2\pi,\ 0 \le v \le 2\pi).$$

   Het oppervlak T is een 'torus', een gesloten oppervlak dat de vorm heeft van een donut. B is het gebied dat wordt ingesloten door T.

a. Bepaal de oppervlakte van T. (8p)

b. Bepaal de inhoud van B. (8p)