$2t^2+1$

Toets Analyse 2NA. Woensdag 13 april 2016, 11.00-13.00 uur.

Alle antwoorden dienen vergezeld te gaan van een motivering in de vorm van een berekening of redenering. Het totale aantal punten bedraagt 54. De toets is voldoende bij minstens 30 punten. <u>Grafische</u> rekenmachines zijn niet toegestaan!

---

1. Bepaal het middelpunt en bepaal vergelijkingen van de asymptoten van de hyperbool H met vergelijking $y^2 - 4x^2 + 16x + 4y = 0$. (6 pt)

2. C is de snijkromme van de bol $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 6$ met het vlak $x + z = 0$.

   Bepaal een parametervoorstelling van C. (7 pt)

3. Gegeven is de ruimtekromme $K \subset \mathbb{R}^3$ met parametervoorstelling

$$x(t) = t, \quad y(t) = t^2, \quad z(t) = \tfrac{2}{3}t^3$$

   waarbij $0 \leq t \leq 3$.

   a. De raaklijn aan K in het punt $(1, 1, \frac{2}{3})$ snijdt het vlak $z = 0$ onder een hoek θ. Bereken $\sin\theta$. (6 pt)

   b. Bereken de booglengte van K. (5 pt)

4. Beschouw poolcoördinaten in $\mathbb{R}^2$: $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$. Van de functie $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ is gegeven dat $\frac{\partial g}{\partial x}(2,1) = 3$, $\frac{\partial g}{\partial y}(2,1) = 4$.

   Bereken de partiële afgeleiden $\frac{\partial g}{\partial r}$ en $\frac{\partial g}{\partial \theta}$ in het punt $(x,y) = (2,1)$. (6pt)

De laatste vragen staan op de achterzijde van dit blad.

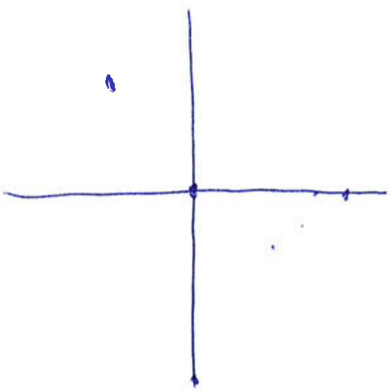
$(y+2)^2 - 4(x-2)^2 = 0$

$y + 2 = \pm 2(x-2)$

$y = 2x - 6$

$y = -2x + 2$

$\tan\theta =$



$y = 0$ $\quad (x-2)^2 = 4$ $\quad x = 2 \pm 2$

$y = -3$ $\quad 2 \pm \sqrt{\frac{H}{4}}$

$y = 1$ $\quad (x-2)^2 = \frac{21}{4}$ $\quad x = 2 \pm \sqrt{\frac{21}{4}}$

5. De functie $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\sin(x^2+y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{voor } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{als } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

P is het punt $(\sqrt{\pi}, -\sqrt{\pi})$ en $Q \in \mathbb{R}^3$ is het punt $(\sqrt{\pi}, -\sqrt{\pi}, 0)$.

a. Toon aan dat f continu is in $(0,0)$. (4 pt)

b. Ga na of f partieel differentieerbaar is naar x en y in $(0,0)$ en bepaal zo mogelijk $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ en $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$. (5 pt)

c. Leg uit dat f in P differentieerbaar is en bepaal een vergelijking van het raakvlak aan de grafiek van f in het punt Q. (8 pt)

Neem aan dat de grafiek van f een profiel weergeeft met heuvels en dalen, waarbij x en y de horizontale afstanden en $f(x,y)$ de hoogte in km weergeven. Een wandelaar die een kaart met hoogtelijnen van het profiel heeft bevindt zich in het punt Q. Op zijn kaart komt dit overeen met punt P. De wandelaar wil vanuit Q een pad nemen dat onder een hoek van 45° met de horizontaal omhoog loopt.

d. Bepaal de hoek met de positieve x-as die de richting van het pad van de wandelaar op de kaart in het punt P maakt (er kunnen meerdere antwoorden zijn). (7 pt)

*** EINDE ***

$$\lim_{(h,k)\to(\sqrt{\pi},-\sqrt{\pi})} \dfrac{\dfrac{\sin\left((h+\sqrt{\pi})^2+(k-\sqrt{\pi})^2\right)}{\sqrt{(h+\sqrt{\pi})^2+(k-\sqrt{\pi})^2}} - 0 - \sqrt{2}h + \sqrt{2}k}{\sqrt{h^2+k^2}}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} =$$

$$\lim_{(h,k)} \frac{\sin\left(h^2+k^2+\pi+2h\sqrt{\pi}+\pi-2k\sqrt{\pi}\right)}{h^2+k^2}$$