

Tentamen Analyse 2NA. Donderdag 16 juni 2016, 10.00-13.00 uur.

Alle antwoorden dienen vergezeld te gaan van een motivering in de vorm van een berekening of redenering. Grafische rekenmachines zijn niet toegestaan!

1. Gegeven is de functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ door $f(x, y) = x^3 + y^3 + 3x^2y^2$.

Bepaal de kritieke punten van f en hun aard. (12 pt)

2. $C \subset \mathbb{R}^3$ is de snijkromme van de elliptische cilinder $x^2 + 4y^2 = 4$ met het vlak $x + y = 2z$.

a. Bepaal een parametervoorstelling van C . (3 pt)

b. Bereken de lijnintegraal

$$\oint_C (\sinh x \sin y + xz) dx + (\cosh x \cos y + yz) dy + (e^{z^2} - x - y) dz$$

waarbij C tegen de klok in gericht is, gezien vanaf het punt $(0, 0, 10)$. (10 pt)

3. $D \subset \mathbb{R}^2$ is het gebied dat wordt ingesloten door de lijnen $x = 0$, $y = 0$ en $x + y = 3$.

Bereken de oppervlakte-integraal $\iint_D \exp\left(\frac{x-y}{x+y}\right) dA$ door gebruik te maken van de coördinaten $u = x + y$, $v = x - y$. (Hierbij is $\exp(a)$ een andere notatie voor e^a .) (10 pt)

De volgende opgaven staan op de achterkant van dit blad.

4. Beschouw in \mathbb{R}^3 het gebied $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}$.
 B wordt dus ingesloten door een vlak en een omwentelingsparaboloïde.

a. Bereken het volume van B . (8 pt)

S is het gedeelte van de rand van B dat ligt op het oppervlak
 $z = 4 - x^2 - y^2$. Tenslotte wordt gegeven het vectorveld

$$\mathbf{F} = (x - yz)\mathbf{i} + (y - zx)\mathbf{j} + (z - xy)\mathbf{k}.$$

b. Gebruik de stelling van Gauss om de (van de oorsprong af gerichte)
flux $\iint_S \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} dS$ te berekenen. (9 pt)

5. Laat a, b, c positieve getallen zijn. Bereken de minimale waarde van
 $ab + 2bc + 3ca$ onder de voorwaarde $abc = 1$ m.b.v. Lagrange multipli-
catoren. Is er ook een maximale waarde? (8 pt)