Analyse 2NA. Maandag 26 maart 2012, 14.00-16.00.
Het gebruik van een rekenmachine als hulpmiddel is toegestaan.
Motiveer elk antwoord dat je geeft d.m.v. een berekening of redenering. Totaal 48 pt, voldoende bij 27 pt.

---

1. De functie $f(x, y)$ is gegeven door $f(x, y) = (1 + x + 2y)e^{-\sqrt{x^2+y^4}}$.

a. Bereken de gradiënt van f voor $(x, y) \neq (0, 0)$.

b. Ga na of $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ en $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ bestaan en zo ja, bereken de waarde.

c. Bepaal de vergelijking van het raakvlak aan de grafiek van de functie in het punt $(1, 0, 2/e)$.

d. Bereken hoe groot de hellingshoek (de hoek met het vlak $z = 0$) is als we vanuit het punt $(1, 0, 2/e)$ in een richting evenwijdig aan het vlak $x = 0$ over de grafiek gaan lopen.

2. Gegeven is de functie $h(x, y, z)$. h is op geheel $\mathbb{R}^3$ differentieerbaar en heeft partiële afgeleiden $h_1 = \frac{\partial h}{\partial x}$, $h_2 = \frac{\partial h}{\partial y}$, $h_3 = \frac{\partial h}{\partial z}$. De functie $g(x, y)$ is gedefinieerd als $g(x, y) = h(x^2 y, xe^{y^2}, x + 2)$.

Druk de partiële afgeleiden $\frac{\partial g}{\partial x}$ en $\frac{\partial g}{\partial y}$ uit in termen van h_1, h_2 en h_3.

3. De kromme C in $\mathbb{R}^3$ heeft parametervoorstelling

$$x(t) = 3t, \quad y(t) = 2\sin t. \quad z(t) = 2\cos t + 1 \qquad (-\pi \leq t \leq \pi)$$

a. Geef een parametervoorstelling van de raaklijn aan C in het punt $(3\pi, 0, 0)$.

b. Bereken de lengte van C.

c. Geef een parametrisatie in termen van de booglengteparameter.

d. Bepaal de straal en het middelpunt van de kromtecirkel (osculating circle) aan C in het punt $(3\pi, 0, 0)$.

4. De bollen $B : x^2 + y^2 + z^2 = 3$ en $D : (x - 2)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 3$ snijden elkaar volgens de cirkel E.

Geef een parametrisatie van E.