

Eerste deeltentamen Analyse 3NA

Dinsdag 5 november 2013, 11.00-13.00

Motiveer elk antwoord met een berekening of redenering. Voor dit tentamen kunnen 48 punten worden gehaald. Het tentamen is voldoende bij 27 pt.

1. Bepaal alle waarden van $\sqrt[4]{4i}$. Geef het antwoord in de vorm $z = a + ib$ en teken de oplossingen in het complexe vlak. (8p)

2. $z = -4$ is een nulpunt van het polynoom

$$P(z) = z^4 + 4z^3 - 6z^2 + 16z + 160.$$

Bepaal alle nulpunten van $P(z)$, geef hun orde en ontbind $P(z)$ als een product van lineaire factoren. (8p)

3. Laat $f(z) = \frac{1}{z^2 \operatorname{Log}(1+z)}$ zijn.

a. Bepaal de aard van de singulariteit in $z = 0$. (4p)

b. Bepaal het hoofddeel van de Laurentreeks van $f(z)$ rond $z = 0$. (8p)

4. Bereken de waarde van de integraal $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2 - 2x + 6)^2} dx$. Schrijf het antwoord als een reëel getal. (12 pt)

5. Laat C het gedeelte van de cirkel met middelpunt $z = 1$ en straal 1 zijn dat in het bovenhalfvlak $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}(z) \geq 0\}$ ligt. C wordt tegen de klok in doorlopen.

Bereken de lijnintegraal $\int_C \bar{z}^2 dz$. (8p)