

Tentamen Elektromagnetisme I, 27 juni 2005, 10.00 – 13.00 uur

LEES DIT EERST:

- U moet eerst deel A (laatste pagina) van dit tentamen maken, zonder hulp. Geef elk goed antwoord duidelijk aan. U moet deel A inleveren na 30 minuten.
- Daarna krijgt u 150 minuten voor deel B (5 vraagstukken); U mag een A4 vel met formules gebruiken bij deel B.
- Schrijf duidelijk, en leg uit wat u doet en waarom. Werk zorgvuldig.
- Vergeet niet uw naam op ieder vel papier.
- Geef niet alleen een antwoord, ook argumenten of berekeningen.
- Vergeet niet de eenheden en/of de richting als dat van toepassing is.

DEEL B: Let op: Vectoren worden aangegeven met vet (\mathbf{A}) of met een pijltje (\vec{A}).

OPGAVE 1: Verband V , E en ρ (6 punten)

De elektrische potentiaal van een bepaalde bolsymmetrische ladingsverdeling wordt gegeven door de uitdrukking

$$V(\vec{r}) = \frac{A}{r} \quad \text{voor } r > R, \text{ en}$$

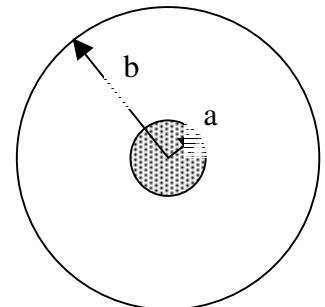
$$V(\vec{r}) = \frac{A}{2R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad \text{voor } r \leq R$$

, waarbij A een positieve constante is. r is de lengte van \vec{r} .

Bereken het elektrische veld $E(r)$, en de ladingsdichtheid $\rho(r)$ van de ladingsverdeling. Bespreek de situatie en geef de totale lading Q .

OPGAVE 2: De coaxiaal kabel (9 punten)

Een lange coaxiaal kabel (doorsnede zie figuur) heeft een uniforme volumeladingsdichtheid ρ in de massieve binnencilinder (straal a ; niet-geleidend), en een uniforme oppervlakteladingsdichtheid σ op de dunne cilindrische buitengeleider (straal b). De oppervlakteladingsdichtheid σ is negatief en zodanig dat de gehele coaxiaal kabel elektrisch neutraal is.



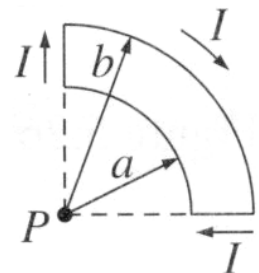
- Bepaal het elektrische veld E als functie van de afstand s tot de as in de drie gebieden $s < a$, $a < s < b$, en $s > b$.
- Teken de grootte van E als functie van s , zo goed mogelijk op schaal.
- Geef het potentiaalverschil $V(s) - V(b)$ voor $0 \leq s \leq b$ als functie van s .
- Bereken de elektrische energie per eenheid van lengte.

Veronderstel nu dat de binnencilinder geleidend gemaakt wordt.

- Bespreek wat er gebeurt met de volumelading ρ , en bereken de eventuele nieuwe ladingsverdeling.
- Bereken de capaciteit (per lengte-eenheid) van deze situatie met twee coaxiale geleiders.

OPGAVE 3: Wet van Biot-Savart (5 punten)

- Geef de wet van Biot-Savart en bespreek beknopt de fysische betekenis van de symbolen, en bespreek de richtingen.
- Geef het magnetisch veld B op punt P voor de stroomconfiguratie hiernaast gegeven. Neem aan dat de positieve z -as uit de pagina komt.



OPGAVE 4: Magnetische dipolen (8 punten)

De vectorpotentiaal van een magnetische dipool met magnetisch moment \mathbf{m} wordt gegeven door

$$\vec{A}_{dip}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \hat{r}}{r^2}$$

a. Laat zien dat het magnetisch veld \mathbf{B} van een dipool \mathbf{m} gegeven wordt door

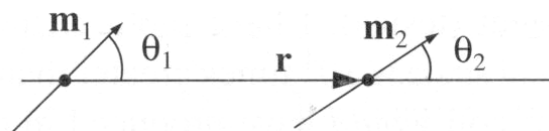
$$\vec{B}_{dip}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r^3} [3(\vec{m} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{m}] .$$

b. Laat zien dat de energie van een magnetische dipool \mathbf{m} in een uniform magnetisch veld \mathbf{B} wordt gegeven door $U = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$ (neem aan dat de grootte van \mathbf{m} vastligt, en beschouw de orientatie)

c. Laat zien dat de wisselwerkingsenergie van twee magnetische dipolen op afstand r wordt

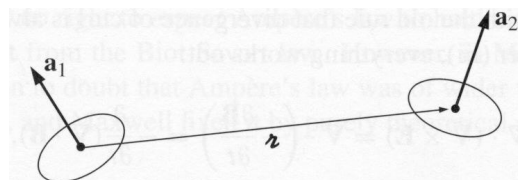
$$\text{gegeven door } U_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r^3} [\vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2 - 3(\vec{m}_1 \cdot \hat{r})(\vec{m}_2 \cdot \hat{r})]$$

d. Druk de energie U_{12} uit in de hoeken θ_1 en θ_2 van de figuur hieronder, en gebruik het resultaat om de stabiele configuratie te vinden van twee dipolen die op een vaste afstand worden gehouden, maar die vrij zijn om te roteren.



OPGAVE 5: Inductie (6 punten)

Twee kleine stroomkringen, met een oppervlakte \mathbf{a}_1 en \mathbf{a}_2 , en stromen I_1 en I_2 , zijn geplaatst op een afstand r van elkaar (zie figuur hieronder). Neem aan dat r veel groter is dan de afmetingen van de stroomkring.



a. Bereken de wederzijdse inductie M_{12} van dit paar, door de stroomkringetjes als magnetische dipolen te behandelen (het magnetisch veld daarvan is gegeven in Opgave 4a). Controleer of uw antwoord voldoet aan $M_{12} = M_{21}$.

Veronderstel dat de stroom I_1 loopt in kring 1, en we gaan nu de stroom I_2 aanleggen in kring 2.

b. Geef de uitdrukking voor de geïnduceerde tegen-emf in kring 1.

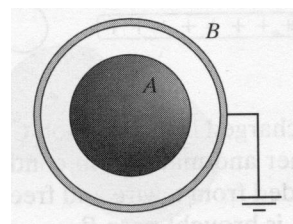
c. Hoeveel arbeid moet verricht worden om de stroom I_1 constant te houden in loop 1 ondanks de geïnduceerde tegen-emf?

EINDE DEEL B

NAAM:

DEEL A: U moet dit deel eerst maken. Omcirkel **elk volledig goed** deelantwoord. Na 30 min DIT VEL inleveren. **(8 punten)**

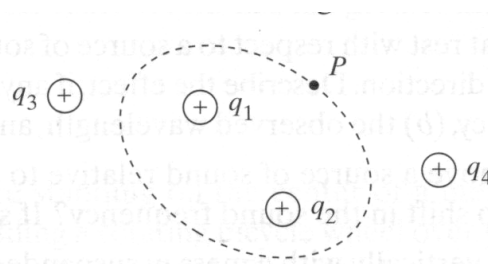
1. In de figuur hiernaast is A een massieve geleidende bol, en B een concentrische geleidende bolschil. A is positief geladen, en B is ge-aard. Geef dan aan welke bewering(en) correct is(zijn).



- a. Er is een elektrisch veld buiten B
- b. Er is een elektrisch veld binnen A
- c. Er is een elektrisch veld tussen A en B
- d. Er is nergens een elektrisch veld.

2. Geef aan welke van de volgende bewering(en) waar is (zijn) betreffende de figuur hiernaast. Daarin wordt met een stippellijn een Gauss-oppervlak aangegeven, dat een deel van een ladingsdistributie van 4 ladingen omvat:

- a. Alleen ladingen q_1 en q_2 dragen bij aan het elektrisch veld in P
- b. Alle ladingen dragen bij aan het elektrisch veld in P
- c. De elektrische flux door het Gauss-oppervlak ten gevolge van q_1 en q_2 is even groot als de elektrische flux door het Gauss-oppervlak ten gevolge van alle ladingen.
- d. Als $q_1 = -q_2$ is het elektrisch veld overal op het Gauss-oppervlak gelijk aan nul.
- e. Als het elektrisch veld overal op het Gauss oppervlak gelijk aan nul is, moet gelden dat $q_1 = -q_2$.

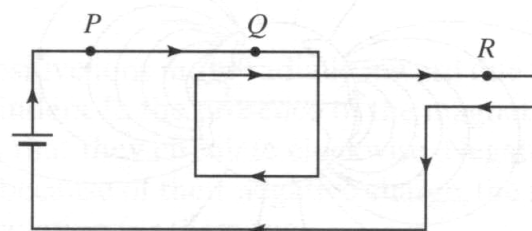


3. Twee geïsoleerde geleidende bollen hebben elk een lading Q . De bollen hebben een verschillende straal, zeg R en r , met $R > r$. Dan is de potentiaal aan het oppervlak van bol met straal R

- a. groter dan de potentiaal aan het oppervlak van bol met straal r .
- b. kleiner dan de potentiaal aan het oppervlak van bol met straal r .
- c. gelijk aan de potentiaal aan het oppervlak van bol met straal r .

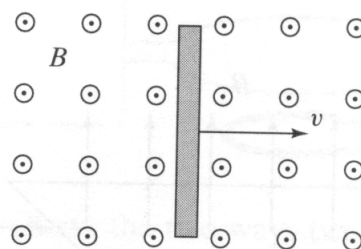
4. Een spanningbron veroorzaakt een stationaire stroom in de gegeven stroomkring. Er ontstaat een magnetisch veld ter plaatse P, Q en R. De sterkte van het magnetisch veld op die plaatsen wordt in toenemende volgorde gegeven door

- a. R, Q, P
- b. P, R, Q
- c. P, Q, R.
- d. Q, R, P
- e. R, P, Q



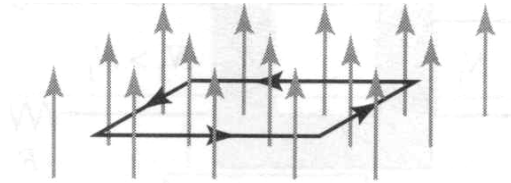
5. Een metaalstaaf beweegt naar rechts in een uniform magnetisch veld, dat uit de pagina wijst – zie figuur. Het elektrisch veld in de metaalstaaf

- a. is naar boven gericht
- b. is nul
- c. is naar beneden gericht
- d. is afwisselend naar boven en naar beneden gericht



6. Een rechthoekige stroomkring wordt geplaatst in een uniform magneetveld met het vlak van de kring loodrecht op de richting van het magnetisch veld. Als er een stroom door de stroomkring wordt gestuurd in de aangegeven richting, oefent het magnetisch veld op de stroomkring

- een netto kracht uit
- een netto koppel uit
- een netto kracht en een netto koppel uit
- noch een netto kracht noch een netto koppel uit



7. Beschouw een geïsoleerde vlakke plaatcondensator met elektrode-afstand d . De bovenste elektrode heeft oppervlaktelading $+\sigma$, de onderste $-\sigma$. Nu wordt een metalen plaat met dikte $l < d$ tussen de elektroden geschoven, die geen van beide elektroden raakt. Na het aanbrengen van de metalen plaat is het potentiaalverschil tussen de elektroden

- groter geworden.
- kleiner geworden.
- niet veranderd.

8. Terwijl de condensator (zie figuur) wordt opgeladen met een constante stroom I , is er ter plaatse van punt P

- een constant elektrisch veld
- veranderend elektrisch veld
- een constant magnetisch veld
- veranderend magnetisch veld
- een veranderend elektrisch veld en een magnetisch veld
- een veranderend magnetisch veld en een elektrisch veld

