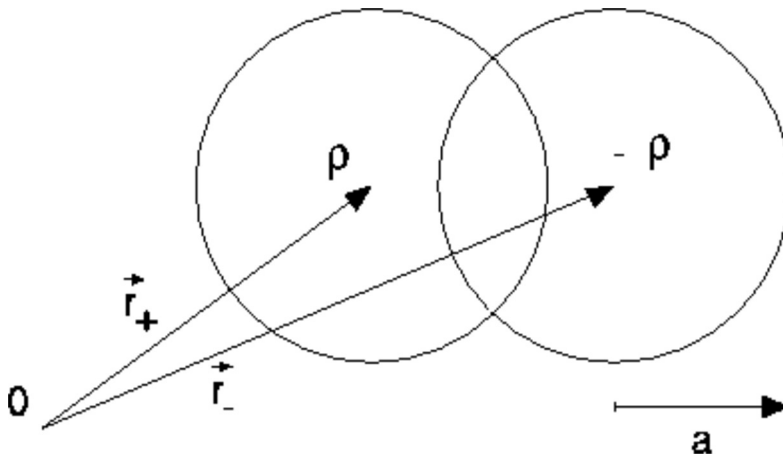


**Tentamen Elektromagnetisme II, 18 januari 1995, 9--12 uur.**

- (a) Bereken het elektrische veld binnen en buiten een homogeen geladen bol (straal  $a$ , ladingsdichtheid  $\rho$  binnen de bol).

(b) Bereken de elektrostatistische potentiaal binnen en buiten de bol. Kies het referentiepunt zó, dat de potentiaal nul is in het middelpunt van de bol.

(c) Twee homogeen geladen bollen, elk met straal  $a$  en tegengestelde ladingsdichtheden  $+\rho$  en  $-\rho$ , overlappen elkaar gedeeltelijk. Het middelpunt van de positieve bol ligt op  $\vec{r}_+$ , dat van de negatieve bol op  $\vec{r}_-$  (zie figuur).



Bewijs dat het elektrische veld in het gebied waar de bollen elkaar overlappen constant is en bereken die constante.

- De arbeid  $dW/dt$  per tijdseenheid die de elektromagnetische velden  $\vec{E}$  en  $\vec{B}$  verrichten op een ladingsverdeling  $\rho$  en stroomverdeling  $\vec{j}$  is gegeven door

$$\frac{dW}{dt} = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} dz \vec{E} \cdot \vec{j}.$$

- Waarom bevat deze vergelijking niet het magnetische veld?
- Pas deze vergelijking toe op een stroomkring (stroom  $I$ , zelfinductiecoëfficiënt  $L$ ). Leid af dat

$$\frac{dW}{dt} = -LI \frac{dI}{dt}.$$

- De stroom  $I$  wordt langzaam vergroot van  $I_1$  tot  $I_2$ . Bereken de verandering in de magnetische energie van de spoel. Is het een afname of een toename?

- In een metaal (geleidingsvermogen  $\sigma$ ) geldt de wet van Ohm:  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ .

- Leid af dat de ladingsverdeling  $\rho(\vec{r}, t)$  in het metaal voldoet aan de differentiaalvergelijking

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \rho.$$

(De dielektrische constante en magnetische permeabiliteit in het metaal stellen we gelijk aan die van vacuum, nl.  $\epsilon_0$  en  $\mu_0$ .) Laat zien dat  $\rho \rightarrow 0$  voor  $t \rightarrow \infty$ .

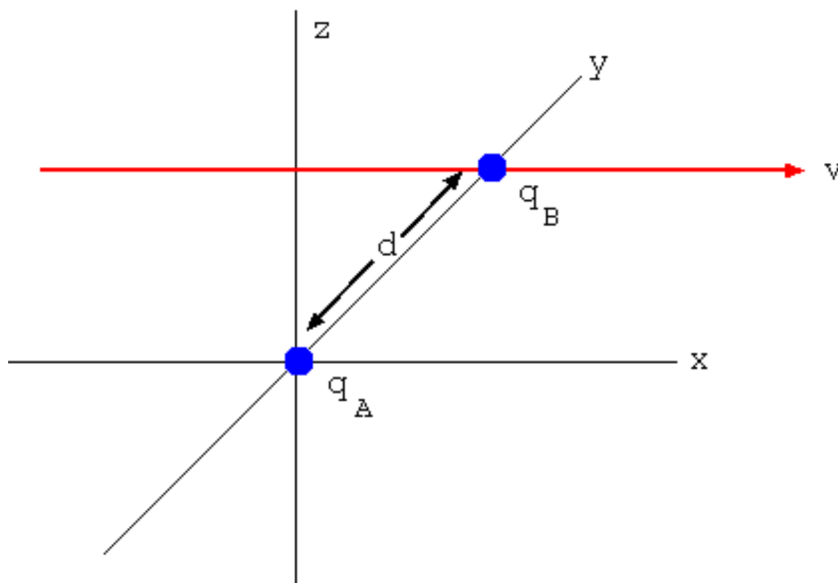
(b) We veronderstellen nu  $\rho = 0$  in het metaal. Leid af dat het elektrische veld  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  voldoet aan de vergelijking

$$\Delta \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

(c) We zoeken een oplossing in de vorm van een vlakke golf,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \mathcal{Y} \operatorname{Re} \left[ E_0 e^{i(kx - \omega t)} \right].$$

Bereken de dispersierelatie, d.w.z. de relatie tussen golfgetal  $k$  en frequentie  $\omega$ . Geef aan hoe de indringdiepte van het elektrische veld in het metaal afhangt van  $\sigma$  in het geval dat  $\sigma \ll \epsilon_0 \omega$ .



4. Lading  $q_A$  is in rust in de oorsprong in inertiaalstelsel  $S$ . Lading  $q_B$  beweegt met snelheid  $v$  in de  $x$ -richting langs de lijn  $y=d, z=0$  (zie figuur). We beschouwen het moment dat  $q_B$  de  $y$ -as kruist.
- (a) Wat is de elektromagnetische kracht  $\vec{F}_B$  op  $q_B$  in stelsel  $S$ .
- (b) Bereken de getransformeerde kracht  $\vec{F}'_B$  in stelsel  $S'$  waarin  $q_B$  in rust is.
- (c) Bereken ook de kracht  $\vec{F}'_A$  op  $q_A$  in stelsel  $S'$ . Wat impliceert Uw antwoord voor de derde wet van Newton (**actie** = **-reactie**)?