

19 januari 2009

1. (a) $\vec{E}_0 = C_0(4\epsilon_0 r^2)^{-1} \min(a^4, r^4)$; $\Phi_0 = C_0 a^4 / 4\epsilon_0 r$ voor $r > a$;
 $\Phi_0 = (C_0 / 12\epsilon_0)(4a^3 - r^3)$ voor $r < a$.

(b) $\delta\vec{E} = \hat{r}\delta Q(4\pi\epsilon_0 r^2)^{-1}$ voor $r > a$; $\delta\vec{E} = 0$ voor $r < a$;
 $\delta\Phi = (\delta Q / 4\pi\epsilon_0) \min(1/r, 1/a)$.

(c) de component van $\vec{E}$ evenwijdig aan het oppervlak is continu, de loodrechte component heeft een discontinuïteit van σ/ϵ_0 .

(d) totale lading $Q = 0$, dipoolmoment $\vec{p} = (4/3)\pi a^3 \sigma_0 \hat{z}$.

2. (a) vervang $\vec{j}$ door j_x in de integrand.

(b) neem divergentie van de integrand,

$(\partial/\partial\vec{r}) \cdot \vec{j}(\vec{r}') |\vec{r} - \vec{r}'|^{-1} = -\vec{j}(\vec{r}') \cdot (\partial/\partial\vec{r}') |\vec{r} - \vec{r}'|^{-1}$; na partiële integratie wordt

de integrand $|\vec{r} - \vec{r}'|^{-1} (\partial/\partial\vec{r}') \cdot \vec{j}(\vec{r}') = 0$ omdat de divergentie van een statische stroomdichtheid nul is.

(c) $\vec{A}(\vec{r}) = (\mu_0/4\pi) I \int dl \hat{u}_t |\vec{r} - \vec{r}'|^{-1}$, waarbij de integraal langs de draad loopt. De stroom door de draad is I en $\hat{u}_t$ is een eenheidsvector evenwijdig aan de draad.

(d) in de Lorentzijk wordt de formule: $\vec{A}(\vec{r}, t) = (\mu_0/4\pi) \int d\vec{r}' \vec{j}(\vec{r}', t_R) |\vec{r} - \vec{r}'|^{-1}$,
 waarbij de geretardeerde tijd t_R gegeven wordt door $c(t - t_R) = |\vec{r} - \vec{r}'|$.

3. (a) MII geeft $\vec{B} = \hat{y}(E_0/c) \cos[\omega(z/c - t) + \alpha]$; de golf plant zich voort in de z -richting.

(b) $\vec{J} = (1/\mu_0) \vec{E} \times \vec{B} = \hat{z}(E_0^2/\mu_0 c) \times 1/2$, gemiddeld over 1 periode; eenheid:
 $\text{J m}^{-2} \text{s}^{-1}$

(c) $U = (\epsilon_0/2) |\vec{E}|^2 + (1/2\mu_0) |\vec{B}|^2 = (\epsilon_0/2) E_0^2$, gemiddeld over 1 periode (merk op:
 $c^2 = 1/\epsilon_0\mu_0$); eenheid: J m^{-3} .

(d) het product Uc is de hoeveelheid energie die per seconde uit het elektromagnetische veld wegstroomt door een oppervlak van 1 m^2 ; deze verliesterm is gelijk aan de

energiestroomdichtheid $|\vec{J}|$, dus er gaat geen energie verloren.

4. (a) $\vec{E}' = (q/4\pi\epsilon_0)\vec{r}'/|\vec{r}'|^3, \vec{B}' = 0.$

(b) $\vec{E} = (q/4\pi\epsilon_0)(\vec{r} - \vec{r}_q)/|\vec{r} - \vec{r}_q|^3(1 - v^2/c^2)[1 - (v^2/c^2)\sin^2\theta]^{-3/2},$

waarbij θ de hoek is met de x -as.

(c) radieel gericht, 't grootst loodrecht op de bewegingsrichting.

(d) de y -component is nul, de z -component is maximaal op $t = 0$, de x -component gaat door nul op $t = 0$.