

Tentamen Fysica van de Vaste Stof woensdag april 2008, 10u – 13u

Dit tentamen bestaat uit vijf (5) opgaves. Schrijf je naam op alle bladen die je inlevert, en nummer ze. Het totaal aantal te behalen punten is 74, het aantal voor de individuele onderdelen is aangegeven. Enige natuurkonstanten zijn aan het eind gegeven.

1. Vrije elektronen (3+3+4=10) (20 min)
 - a. Gegeven N vrije elektronen in een vierkant met zijdes L , door middel van periodieke randvoorwaarden te beschrijven als vlakke golven van de vorm $\exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})$. Bij $T = 0$ heeft de verzameling bezette toestanden in de \mathbf{k} -ruimte de vorm van een cirkel. Geef de uitdrukking voor de straal k_F van de cirkel in termen van de elektronendichtheid (aantal elektronen per oppervlakte-eenheid).
 - b. Bereken de toestandsdichtheid $g(\varepsilon) = dZ/d\varepsilon$ (met ε de energie en dZ het aantal electron-toestanden in een interval $d\varepsilon$). Deze blijkt niet van ε af te hangen. Bereken tevens de gemiddelde energie van een electron in termen van de Fermi energie ε_F bij $T = 0$.
 - c. Met wat voor een meting is het mogelijk om de toestandsdichtheid bij het Fermi niveau van een materiaal te bepalen? Motiveer je antwoord.

2. Structuur, diffractie (5+5+5+5 = 20) (45 min)

Fig. 1 geeft schematisch de structuur van grafiet weer. Het bestaat uit vlakken van zeshoeken, waarbij het vlak boven het grondvlak zodanig verschoven is dat drie atomen nog overdekken, maar de andere drie atomen in de 'holtes' van het grondvlak liggen. De afstand naar het vlak boven het grondvlak is b_0

- Een eenheidscel wordt opgespannen door vectoren $a_{1,2}$ in het grondvlak en een vector a_3 loodrecht daarop. Geef de minimale lengte van a_3 in eenheden b_0 . Een mogelijk keus voor $a_{1,2}$ is gegeven in Fig. 3b, geef twee andere mogelijke keuzes. Geef het aantal atomen in de eenheidscel gevormd door a_1 , a_2 en de minimale a_3 . Werk verder met deze eenheidscel
- Bereken de reciproke roostervectoren voor de eenheidscel uit (a).
- Met de gegeven eenheidscel is de kristalstructuur te beschrijven als 'rooster + basis'. Geef de posities van de basisatomen en bereken voor alle reflecties hkl de structuurfactor S .
- Construeer voor het grondvlak van de structuur (dus alleen voor de 2D situatie), de 1^e en 2^e Brillouin zones in de reciproke ruimte.

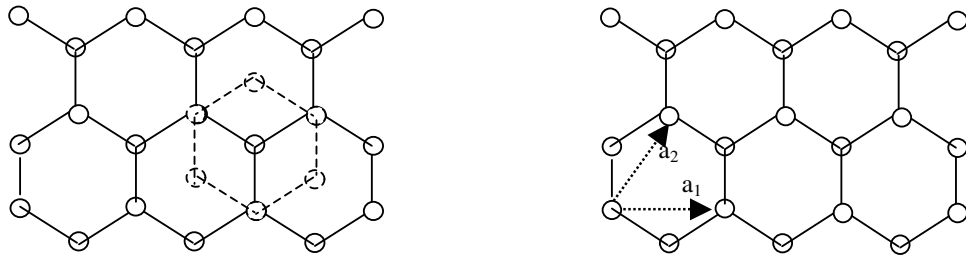


Fig. 1 (a) de kristalstructuur van grafiet. De doorgetrokken lijnen en cirkels liggen in het grondvlak, de gestippelde in het eerste vlak daarboven. (b) mogelijke keuze voor de in-vlak roostervectoren.

3. Transport (3+3+3+6=15) (35 min)

Een elektrisch veld \mathbf{E} wordt aangelegd aan een opgesloten systeem van n vrije elektronen met lading $-e$, massa m_e . De geleiding σ wordt gegeven door $\sigma = ne^2\tau / m_e$, met n de electrondichtheid en τ een (fenomenologische) verstrooiingstijd.

- Geef een uitdrukking voor de impulsverandering voor ieder electron, $\hbar\delta\mathbf{k}$, als functie van de tijd t dat het veld aan staat, en geef de uitdrukking die deze impulsverandering relateert aan de driftsnelheid \mathbf{v}_d van de electronen.
- Laat zien hoe met het begrip driftsnelheid bovenstaande uitdrukking voor σ wordt afgeleid, en bespreek de interpretatie die je aan τ kunt geven door het elektrisch veld nul te zetten.
- Nu wordt ook een magneetveld B_z aangelegd in de z -richting. Beschouw het geval dat er alleen stroom in de x -richting loopt, en laat zien dat er geen 'magnetoweerstand' optreedt, oftewel dat σ niet afhangt van B_z .
- Beschrijf de meting die je moet doen om de zogenaamde Hall-weerstand te bepalen, $R_H = E_y/j_x B$. Wat leer je door een dergelijke meting te doen over je materiaal? Licht je antwoord toe.

4. Fononen (5+5+5= 15) (35 min)

Gegeven een keten met identieke massa's m , verbonden aan hun eerste naburen met veren met veerconstante K_1 , en tevens aan hun tweede naburen met veren met veerconstante K_2 . De roosterparameter (nabuuraafstand) is a_0 .

- Geef de bewegingvergelijking en laat zien dat de dispersierelatie nu luidt

$$m\omega^2 = 2K_1[1 - \cos(ka_0)] + 2K_2[1 - \cos(2ka_0)]$$

- Een ketenlengte L en periodieke randvoorwaarden geven een discrete set normal modes voor k -waardes tussen 0 en π / a_0 . Geef de groepssnelheid van de golven voor $k \rightarrow 0$ en voor $k = \pi / a_0$. Gebruik dit om een schets te maken van de toestandsdichtheid $g(\omega)$ als functie van ω .
- Op welke manier kun je de toestandsdichtheid van de fononen bij lage energieën meten? Verklaar je antwoord.

5. Halfgeleiders (3+3+3+5 = 14) (25 min)

- a. Schets de geleidings- en valentie-banden van een 'direct bandgap' halfgeleider met een gap energie van 2 eV. Label de assen.

De absorptie van licht door deze halfgeleider is afhankelijk van de golflengte.

- b. Bij welke golflengte vindt de overgang plaats tussen wel en niet absorberen? Neemt de absorptie toe bij kleinere golflengtes of juist bij grotere golflengtes?

- c. Schets de geleidings- en valentie-banden van een 'indirect bandgap' halfgeleider met een gap energie van 2 eV. Label de assen.

- d. Schets hoe de absorptie van licht afhangt van de golflengte voor deze halfgeleider. Geef aan wat het belangrijkste verschil in absorptie is met de direct bandgap halfgeleider en leg uit welk absorptieproces hiervoor verantwoordelijk is.

-----THE END -----

Constants :

electron charge e	$1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$	electron mass m	$9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Planck's constant h	$6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$	vacuum permeability μ_0	$4\pi \times 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$
Light velocity c	$3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$		

Onderdelen	3 + 4 + 4 + 3 + 4	= 18
Punten	10 + 20 + 15 + 15 + 14	= 74
Tijd	20 + 45 + 35 + 35 + 25	= 160