

Tentamen Fysica van de Vaste Stof woensdag 17 februari 2010 , 14.00 – 17.00 uur

Dit tentamen bestaat uit vier (4) opgaven. Lees altijd een opgave helemaal door voor je er aan begint. *Maak elke opgave op een apart vel papier.* Schrijf je naam op alle bladen die je inlevert, en nummer ze. Het totaal aantal te behalen punten is 95, het aantal voor de individuele onderdelen is aangegeven. Enige natuurkonstanten zijn aan het eind gegeven.

1. Kristalbinding en kristalstructuur (4+3+4+5+9 = 25)

Het is niet a priori bekend of een RbCl kristal in evenwicht de NaCl structuur of de ZnS (diamantstructuur met twee verschillende ionen) structuur zal hebben. De wisselwerkingspotentiaal tussen de ionen i en j wordt beschreven met de uitdrukking

$$U_{ij} = \lambda \exp(-r_{ij} / \rho) \pm q^2 / 4\pi\epsilon_0 r_{ij}$$

waarbij r_{ij} de afstand tussen ion i en ion j is, $\lambda = 5.32 \cdot 10^{-16} \text{ J}$, $\rho = 0.0323 \text{ nm}$. U mag ervan uitgaan dat de ioniciteit volledig is, ofwel er wordt een geheel electron overgedragen. De Madelung constante voor de NaCl structuur $\alpha = 1.747565$, en voor de ZnS structuur $\alpha = 1.6381$.

- Geef de posities van de ionen in de conventionele simpel kubische presentatie van beide structuren.
- Bespreek de betekenis van de termen in de gegeven wisselwerkingspotentiaal.
- Bereken (of benader zo goed mogelijk) de afstand R_0 tussen de ionen in evenwicht in de twee kristalstructuren. De experimenteel gevonden $R_0 = 0.3291 \text{ nm}$.
- Bereken de totale cohesie energie voor RbCl (2N ionen) in de twee kristalstructuren en bespreek of op grond van uw antwoord een eenduidige conclusie betreffende de evenwichtsstructuur mogelijk is.
- Bespreek (zo duidelijk, gedetailleerd en kwantitatief mogelijk) hoe met röntgendiffractie bepaald kan worden, welke structuur de evenwichtsstructuur is.

2. Fononen (3+4+4+4+5+5 = 25)

Beschouw een 2-dimensionaal kristal van N atomen (massa m), met een vierkant rooster. De afstand tussen de atomen is a . De atomen kunnen uitsluitend in het vlak bewegen om hun evenwichtspositie, en in het vlak is alleen naaste-buur interactie met krachtconstante C . De fonondispersierelatie langs een symmetrie-as wordt geschreven als $M\omega^2(k) = 4C\sin^2(\frac{1}{2}ka)$.

- Bespreek kwalitatief de roostertrillingen in zo'n 2-dimensionaal kristal, vanaf (zeer) lage temperatuur tot hoge temperatuur.
- Geef de mogelijke k – waarden voor het systeem onder gebruikmaking van de periodieke randvoorwaarde, en maak een grafiek van de dispersierelatie. Bespreek het begrip eigentrilling (normal mode).
- Definieer de groepssnelheid en de fasesnelheid langs een symmetrie-as. Geef een uitdrukking voor de geluidssnelheid v_s voor het geval $ka \ll 1$. Leg uit wat er met de groepssnelheid gebeurt als $k \rightarrow \pi/a$ en wat de beweging van de atomen is als $k = \pi/a$.
- Bespreek de Debije benadering voor de toestandsdichtheid, en bereken $D(\omega)$, het aantal fononmodes per eenheidsfrequentie-interval. Bespreek de Debije frequentie en de Debije temperatuur.
- Laat zien dat voor dit systeem de soortelijke warmte in de limiet van (zeer) lage temperatuur evenredig is met de temperatuur T^2 .
- Bereken in de hoge temperatuurlimiet ($k_B T \gg \hbar\omega$) de gemiddelde (rms) verplaatsing van een atoom vanuit de evenwichtspositie.

3. Hall effect in (half)geleiders (9+6+10= 25)
- Geef de bewegingsvergelijkingen (3 componenten) van ladingsdragers in een elektrisch en magnetisch veld, aangenomen dat een stationair evenwicht ontstaat.
 - Bespreek de geometrie en de fysische achtergrond van het Hall effect (maak een tekening), en leid af dat in het simpele vrije electronmodel de Hallcoefficient gegeven wordt door $R_H = -\frac{1}{ne}$, waarbij n de dichtheid van ladingsdragers is.
 - Leid af dat de Hall coefficient in een halfgeleider gegeven wordt door

$$R_H = \frac{1}{e} \frac{p\mu_h^2 - n\mu_e^2}{(p\mu_h + n\mu_e)^2},$$
 waarbij p en n de dichtheden van positieve en negatieve ladingsdragers voorstelt, en μ de mobiliteit, gedefinieerd door het positieve quotient van driftsnelheid en elektrisch veld $\mu = |v|/E$. Neem alleen termen mee lineair in de sterkte van het magnetisch veld B , en lineair in $\omega_c\tau$, waarbij $\omega_c = eB/m$ de cyclotronfrequentie is, en τ de botsingstijd.
4. Electronenergiebanden (20).

Bespreek helder en beknopt twee methoden om electronenergiebanden te berekenen: Het bijna-vrije electronmodel en de tight-binding benadering. Geef de essentiële benaderingen en uitdrukkingen van die twee modellen, en bespreek wanneer een benadering toepasbaar kan zijn.

Constants :

electron charge e	$1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$	electron mass m_e	$9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Planck's constant h	$6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$	vacuum permeability μ_0	$4\pi \times 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$
Light velocity c	$3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$	Boltzmann constante k_B	$1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$
Avogadro number N	$6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	vacuum permittiviteit ϵ_0	$10^7/(4\pi\text{c}^2)$
Bohr magneton μ_B	$9.27 \times 10^{-24} \text{ JT}^{-1}$		

$$2\cos ka = \exp(ika) + \exp(-ika)$$

$$1 - \cos ka = 2\sin^2(ka/2)$$

$$\cos x \approx 1 - x^2/2 \text{ voor } x \ll 1$$