

Klassieke Mechanica a (Tentamen 23 mei 2011)

(Elke opgave s.v.p. met naam/studienummer op nieuwe pagina)

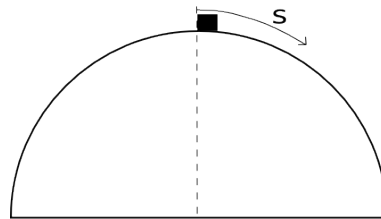
Opgave 1.

In de vrije ruimte, ver van enig hemellichaam, draaien een grote en een kleine knikker rondjes rond elkaar. De knikkers hebben massa's $m_1 = 1$ g en $m_2 = 2$ g en bewegen op een constante afstand van $R = 1$ m van elkaar. De zwaartekrachtsconstante $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm²kg⁻².

- Leidt een algemene formule af voor de omlooptijd.
- Bereken deze voor het beschreven geval.

Opgave 2.

We leggen een ijsblokje met massa m vrijwel bovenop een halve bol met straal R en bekijken hoe het blokje onder invloed van de zwaartekracht (zwaartekrachtversnelling g verticaal) versnelt en uiteindelijk van de bol afglijdt, waarbij we wrijving verwaarlozen.



- Schets de krachten en geef de bewegingsvergelijking van de afstand s van het blokje ten opzichte van het evenwichtspunt (= top van de bol).
- Op welke afstand s of hoek $\theta \equiv s/R$ schiet het blokje van de bol af als het blokje vlakbij de top van de bol ($s \ll R$) in rust begint?
- De start is trager naarmate het blokje dichterbij het evenwichtspunt wordt losgelaten. Beschrijf deze eerste beweging in formulevorm, d.w.z. bepaal $s(t)$ voor $s \ll R$.

Opgave 3.

Een populaire app op mobiele telefoons is het spelletje "Angry Birds", waarbij een vogeltje met een katapult wordt afgeschoten (zie figuur). Wanneer we het vogeltje als een puntmassa m beschouwen en het gewicht van het elastiek en de luchtwrijving verwaarlozen, kunnen we het traject van het vogeltje eenvoudig berekenen.



- Geef een uitdrukking voor de beginsnelheid v_0 van de vogel bij het verlaten van de katapult, als de kracht die de katapult uitoefent beschreven wordt door de wet van Hooke ($F = -ku$), de maximale uitwijking (bij afvuren) u_0 is, en de vogel bij $u = 0$ de katapult verlaat.
- De vogel wordt weggeschoten onder een hoek α_0 met de horizontaal en beweegt onder invloed van de zwaartekracht (zwaartekrachtsversnelling g verticaal). Geef de bewegingsvergelijking voor de positie $\mathbf{r}(t)$ van de vogel na het verlaten van de katapult en los deze op. Gebruik de variabelen x en y voor de horizontale en verticale verplaatsing en laat de oorsprong samenvallen met het punt waar de vogel de katapult verlaat.
- Leidt een formule af voor de horizontale afstand die de vogel aflegt voordat hij de lijn $y = 0$ passeert.
- Voor welke hoek α_0 is dit horizontale bereik maximaal?

Opgave 4.

Ernest Rutherford voerde tussen 1909 en 1914 experimenten uit waarbij hij de scattering van alpha deeltjes (= Helium kernen) op metalen folies bekeek. Het alpha deeltje, met massa m_1 en snelheid v_1 botst hierbij elastisch op een stilstaand deeltje met massa m_2 . De snelheid v'_1 na botsing hangt af van de strooihoek θ en de massaverhouding m_1/m_2 .

- Schrijf voor het labstelsel het stelsel vergelijkingen op dat deze botsing beschrijft.
- Laat zien dat

$$v'_1/v_1 = \left(\sqrt{m_2^2 - m_1^2(\sin \theta)^2} + m_1 \cos \theta \right) / (m_2 + m_1)$$

met als limiet $v'_1/v_1 \approx (m_2 - m_1)/(m_2 + m_1)$ voor grote strooihoeken (terugstrooiing, $\theta \approx 180^\circ$).

Bij de hieronder afgebeelde meting werden alpha deeltjes met een energie van 2000 keV geschoten op een combinatie van verschillende elementen. Er werd gemeten onder een grote strooihoek, die we voor het gemak benaderen met $\theta \approx 180^\circ$.

- Geef een formule voor het verlies aan kinetische energie van het alpha deeltje onder terugstrooiing en laat voor het element ijzer (Fe) zien dat het gemeten energieverlies in overeenstemming is met de atomaire massa van 56.

