

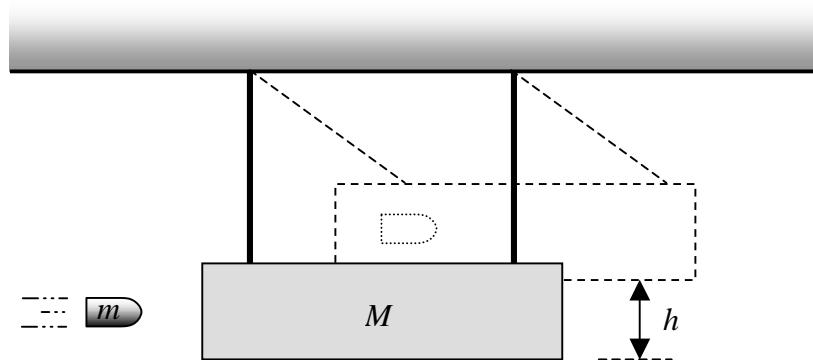
**Tentamen Klassieke Mechanica I**  
**Dinsdag 31 juli 2001**  
**Duur: 3 uur**

**Vermeld op elk blad duidelijk je naam, studierichting, en collegekaartnummer!**

(TIP: lees eerst alle vragen rustig door, begin met de vraag die je het makkelijkst vindt, besteed niet teveel tijd aan één vraag)

**OPGAVE 1: Vuurwapens en kogels**

We schieten met een vuurwapen een kogel af en proberen zijn snelheid  $v$  te bepalen met behulp van een zogenaamde ballistische slinger (zie tekening). De kogel met massa  $m$  komt binnen het houten blok met massa  $M$  tot stilstand. We meten de hoogte  $h$  die het aanvankelijk stilhangende blok bereikt. Neem aan dat de kogel in een zo korte tijd binnen het blok tot stilstand komt, dat het blok in die tijd nog niet merkbaar van zijn uitgangspositie is gekomen.



- Moeten we bij de berekening gebruik maken van de wet van behoud van impuls, of kunnen we gewoon direct met de wet van behoud van energie de snelheid van de kogel  $v$  vinden uit de hoogte  $h$ ? Beredeneer je antwoord.
- Neem aan dat de kogel 5 gram weegt en het blok 2 kg. Als de kogel het blok bereikt met snelheid  $v = 300 \text{ m/s}$ , wat is dan de snelheid van de combinatie blok+kogel, direct nadat de kogel binnen het blok tot stilstand is gekomen?
- Reken voor de massa's en snelheden van b) uit tot welke hoogte  $h$  het blok komt.
- Als we de meting herhalen met een rubberen kogel, die elastisch terugkaatst van het blok, hoe hoog komt dan het blok? Leg het verschil uit met het resultaat bij d).

Tenslotte kijken we naar het binnendringen van de kogel. We nemen aan dat dit in een zo korte tijd gebeurt dat het blok nog niet merkbaar in hoogte stijgt tijdens het tot stilstand komen van de kogel t.o.v. het blok. Neem verder aan dat de kogel een constante remkracht  $F$  ondervindt, zolang deze nog beweegt t.o.v. het blok.

- Geef uitdrukkingen voor de snelheid van de afremmende kogel en die van het versnellende blok als functie van de tijd. Na hoeveel tijd zit de kogel vast in het blok?
- Reken uit hoe diep de kogel tot stilstand komt in het blok, en hoeveel het blok op het moment van tot stilstand komen al (horizontaal) is opgeschoven.

## OPGAVE 2: Satellieten en communicatie

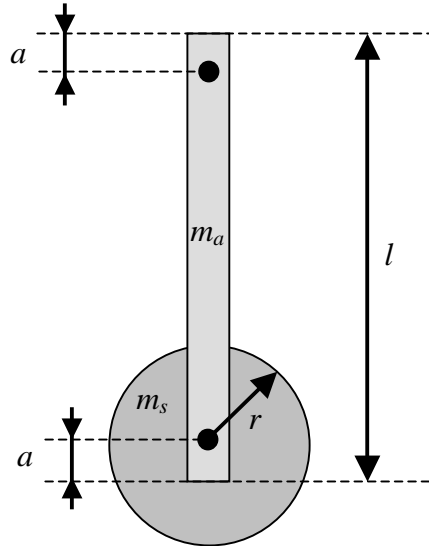
- a) Iemand bevindt zich op aarde, pal onder een z.g. 'geostationaire' communicatiesatelliet, een satelliet die permanent boven één vaste plaats op aarde staat. Wat kun je zeggen over de plaats waar de persoon op aarde zich bevindt?
- b) Reken voor de geostationaire satellietbaan de afstand uit ten opzichte van het centrum van de aarde. Je kunt hierbij gebruik maken van het gegeven dat de aardstraal ca. 6500 km bedraagt en de zwaartekrachtsversnelling op het aardoppervlak ca.  $10 \text{ m/s}^2$  is.

Door een communicatiefout (verwisseling van straal en diameter!) is de satelliet op slechts de helft van de gewenste afstand tot het centrum van de aarde terechtgekomen, en beschrijft deze daar een cirkelbaan. Door tweemaal gedurende korte tijd het raketmotortje op de satelliet aan te zetten, wil men de satelliet alsnog in de gewenste, hogere baan brengen.

- c) In welke richting moet men het motortje afvuren om met een minimum aan brandstof een maximaal effect te krijgen? Beredeneer je antwoord. Teken vervolgens de drie satellietbanen in dit probleem: de (foutieve) oorspronkelijke baan, de baan na het eerste afvuren van de motor, en de (correcte) gewenste baan die na het tweede afvuren van de motor wordt bereikt. Geef ook in de tekening aan op welke punten de motor even moet werken.
- d) Hoe groot zijn na de volledige operatie, dus in de definitieve baan, de totale energie en de kinetische energie van de satelliet? Hoeveel energie is nodig geweest voor die operatie? Neem hierbij aan dat de massaverandering t.g.v. het brandstofverbruik verwaarloosd kan worden (zéér onrealistisch!).
- e) Hoe groot zijn de snelheden van de satelliet op de volgende vier momenten:
  - i) Voordat de motor voor het eerst wordt aangezet.
  - ii) Direct nadat de motor de eerste snelheidsverandering teweeg heeft gebracht.
  - iii) Vlak voordat de motor voor de tweede keer wordt aangezet.
  - iv) Nadat de motor de tweede snelheidsverandering teweeg heeft gebracht.
- f) Als de raketmotor een constante versnelling kan leveren van  $10 \text{ m/s}^2$ , hoe lang moet deze dan voor elk van de twee snelheidsveranderingen worden aangezet?

### OPGAVE 3: Slingers en tijden

We beschouwen de slinger van een klok. Deze is opgebouwd uit twee onderdelen (zie tekening). De arm van de slinger heeft een lengte  $l$ . Op een afstand  $a$  vanaf het bovenste uiteinde van de arm, hangt de arm aan een wrijvingsloze draaias. Op een even grote afstand  $a$  van het onderste uiteinde van de arm bevindt zich een as waaraan een schijf met straal  $r$  is bevestigd. De schijf kan wrijvingsloos om deze as roteren. De schijf kan ook op de as worden vastgezet, zodat deze gedwongen wordt om met de arm mee te draaien. De massa van de arm is  $m_a$ , en die van de schijf is  $m_s$ . De massa's zijn homogeen over beide onderdelen verdeeld. We verwaarlozen in al onze berekeningen de breedte van de arm.



- Beschouw de volgende twee gevallen:
  - de schijf roteert wrijvingsloos om haar as.
  - de schijf zit gefixeerd aan de arm en wordt gedwongen mee te draaien met de arm.Voor welk van deze twee gevallen verwacht je de langste slingertijd? Beredeneer je antwoord.
- Wat is het traagheidsmoment van de arm ten opzichte van het massamiddelpunt van de arm? En hoe groot is het traagheidsmoment van de schijf ten opzichte van haar eigen middelpunt?
- Wat zijn de traagheidsmomenten van arm en schijf ten opzichte van het ophangpunt van de arm? Onderscheid hierbij weer de twee gevallen (zie a), namelijk schijf meedraaiend met arm, en schijf *niet* meedraaiend met arm.
- Gebruik het resultaat van c) om voor de twee gevallen (wel/niet vrij draaiende schijf) het impulsmoment en de totale (!) kinetische energie uit te rekenen als functie van de hoeksnelheid  $\dot{\theta}$  van de slinger om zijn ophangpunt.
- Hoe groot is bij een hoek  $\theta$  tussen arm en de verticale as het krachtmoment dat door de zwaartekracht wordt veroorzaakt?
- Gebruik het resultaat van d) en e) om een bewegingsvergelijking voor de twee gevallen op te stellen, en benader deze voor kleine hoeken  $\theta$ . Hoe groot worden in deze benadering voor de twee gevallen de slingertijden?