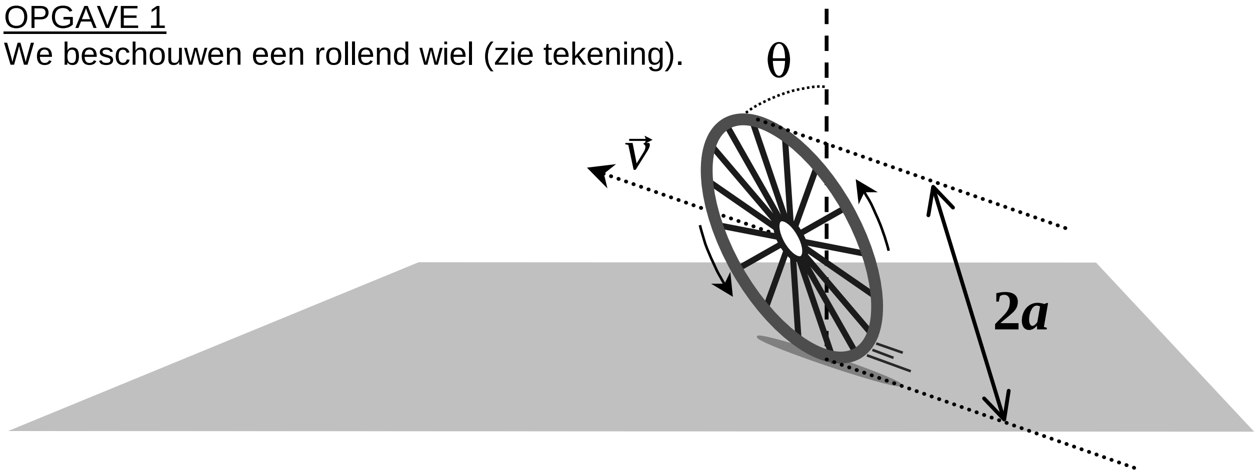
Tentamen Klassieke Mechanica I
Maandag 14 mei 2001
Duur: 3 uur

Vermeld op elk blad duidelijk je naam, studierichting, en collegekaartnummer!

(TIP: lees eerst alle vragen rustig door, begin met de vraag die je makkelijkst vindt, besteed niet teveel tijd aan één vraag)

OPGAVE 1

We beschouwen een rollend wiel (zie tekening).



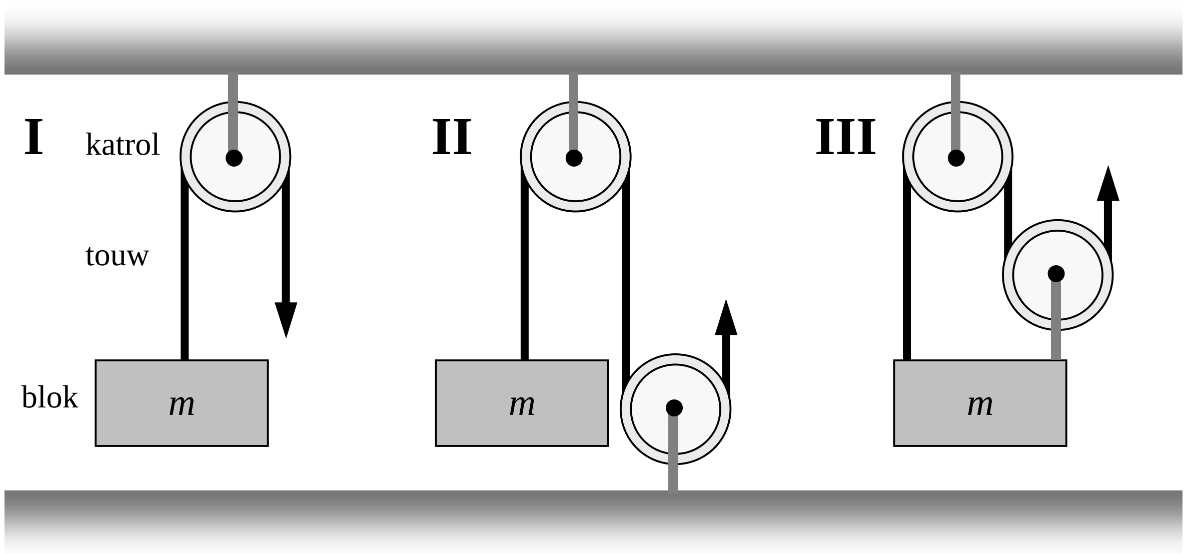
Het wiel heeft een totale massa M, die verdeeld is over een deel m_{rand}, dat geconcentreerd is in de rand van het wiel, met straal a (zie figuur), en een deel m_{as}, dat volledig geconcentreerd zit in de as van het wiel. De dikte van de rand en de diameter en lengte van de as kunnen worden verwaarloosd. De spaken hebben geen massa.

Het wiel staat scheef, onder een hoek θ (zie figuur), en het beweegt zich voort met een snelheid v. Ga ervan uit dat het wiel rolt zonder te slippen t.o.v. de vlakke, horizontale ondergrond, maar dat de afremming van het wiel, als gevolg van de wrijving kan worden verwaarloosd.

a) Wat voor beweging voert het wiel uit als gevolg van zijn scheefstand? Beredeneer je antwoord in fysische termen (krachten, krachtmomenten, impulsmomenten, etc.) en maak een schets van de weg die het wiel zal volgen.
b) Reken het traagheidsmoment uit van het wiel t.o.v. zijn eigen draaias.
c) Reken het traagheidsmoment uit van het wiel t.o.v. een symmetrieas in het vlak van het wiel. (TIP: gebruik voor de integratie langs de omtrek van het wiel een hoek als integratievariabele).
d) Gebruik het antwoord bij b) om de grootte van het impulsmoment van het rollende wiel uit te rekenen. Geef in een schetsje aan in welke richting de impulsmoment-vector staat.
e) Geef in een tekening aan welke krachten en krachtmomenten er op het wiel werken: richtingen èn grootten!
f) Reken uit met welke hoeksnelheid het wiel precedeert.
g) Gebruik het antwoord van f) om uit te rekenen hoever het wiel zich maximaal kan verwijderen van zijn startpositie.

OPGAVE 2

Katrollen worden vaak gebruikt om het optillen van zware voorwerpen te vergemakkelijken. Beschouw de drie getekende situaties. Neem aan dat de massa's van het touw en de katrollen verwaarloosd kunnen worden t.o.v. het zware blok.



a) Welke kracht moet je in elk van de situaties leveren op het uiteinde van het touw (pijl) om het blok stil te laten hangen? Je staat zelf op de vaste bodem.
(TIP: maak gebruik van de wet van behoud van energie en pas deze toe op een hoogteverandering van het blok).

b) Zelfde vraag als bij a), maar nu voor het geval dat je zelf telkens op het blok staat, i.p.v. ernaast. Verwaarloos je eigen massa (maar ga ervan uit dat je het touw wel naar beneden kunt trekken).

We bevestigen in configuratie **I**, precies onder het blok, een (ideale) veer op de bodem. De veer heeft evenwichtslengte l en veerconstante k, en is niet verbonden met het blok.

c) Maak een grafiek van de potentiële energie van het geheel (blok + veer) als functie van de hoogte van het blok. Geef in de grafiek alle markante hoogten h en energieën V aan (schrijf de uitdrukkingen erbij). Komen in de grafiek discontinuïteiten voor, of discontinuïteiten in de afgeleide?

d) Maak ook een grafiek van de som van veer- en zwaartekracht als functie van de hoogte. Geef opnieuw de markante punten aan met de bijbehorende uitdrukkingen.

e) Op welke hoogte komt het blok tot stilstand? Met welke frequentie kan het blok rond deze stand schommelen?

f) Als we aan het andere uiteinde van het touw een tweede blok zouden bevestigen, met massa $\frac{1}{2}m$, wat zou dan de frequentie zijn?

g) Reken de positie van het blok uit als functie van de tijd, als het vanuit zijn ruststand (rustend op de veer, terwijl het touw slap hangt), met een constante kracht $F > mg$ door het touw naar boven wordt getrokken. (TIP: schrijf eerst de bewegingsvergelijking op; maak daarbij onderscheid tussen de situatie vóór en de situatie ná het verbreken van het contact tussen veer en blok!)

OPGAVE 3

We schieten een projectiel met massa m af op een stilstaand deeltje met een tweemaal zo lage massa, $\frac{1}{2}m$. De botsing is elastisch. Bij dit experiment kunnen we niet bepalen met welke botsingsparameter het projectiel op het doelwit-deeltje afvliegt. Maar door het experiment vaak te herhalen kunnen we toch de wisselwerking tussen de deeltjes in kaart brengen.

a) Teken een voorbeeld van een snelheidsdiagram (ook wel Newtondiagram of botsingsdiagram genoemd) voor een elastische botsing bij de gegeven massaverhouding. Teken ook een snelheidsdiagram voor het doelwit-deeltje.
b) Wat is de maximale afbuighoek waaronder we het projectiel na de botsing detecteren? Wat is de maximale hoek waaronder het andere deeltje wordt weggekaatst?
c) We herhalen het experiment, maar nu met een stilstaand deeltje van een onbekende massa. In het experiment vinden we dat er afbuighoeken voorkomen tot een maximale waarde van $\frac{1}{4}\pi$. Leid uit deze informatie de massa af van het stilstaande deeltje.

De botsing blijkt toch niet volledig elastisch te zijn. De totale kinetische energie in het massamiddelpuntsysteem is na de botsing verminderd met een factor 2.
d) Beantwoord vragen b) en c) opnieuw, voor deze inelastische situatie.

Tenslotte beschouwen we opnieuw een botsing tussen een projectiel met massa m en een doelwit-deeltje met de halve massa, $\frac{1}{2}m$. Bij deze botsing neemt de totale kinetische energie niet af, maar er wordt wel massa uitgewisseld tussen de twee deeltjes. In het experiment vinden we een maximale afbuighoek van het projectiel van $\frac{1}{4}\pi$.
e) Hoeveel massa wordt er overgedragen? Welk deeltje wordt zwaarder, en welk deeltje wordt lichter?