

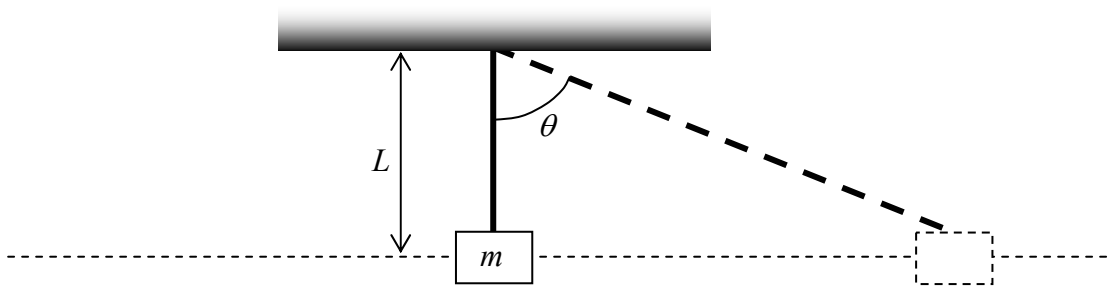
**Tentamen Klassieke Mechanica I**  
**Dinsdag 10 juni 2003**  
**Duur: 3 uur**

Vermeld op elk blad duidelijk je **naam**, **studierichting**, en evt. **collegekaartnummer!** (TIP: lees eerst alle vragen rustig door, begin met de vraag die je het makkelijkst vindt, besteed niet teveel tijd aan één vraag)

**Uitslag:** over ca. 2 weken bij studentenadministratie en op de KM1-webpagina. Als je bezwaar hebt tegen vermelding van je uitslag op de webpagina, geef dit dan duidelijk aan op het eerste blad.

OPGAVE 1: de horizontale slinger

We beschouwen een bijzondere slinger, met een massaloos koord waarvan de lengte *niet* constant is. De lengte wordt voortdurend bijgesteld om ervoor te zorgen dat de hoogte van de slingerende massa  $m$  constant blijft, zoals aangegeven in de figuur.



Vergelijk deze slinger met de 'normale' slinger, met constante koordlengte  $L$ :

- Beschrijf welke krachten er op de horizontale slinger werken; geef ook hun grootte en hun richting. Verschillen deze krachten van die voor een normale slinger? Zoja, hoe?
- Door welke kracht(en) wordt bij de horizontale slinger tijdens het slingeren arbeid geleverd? Verschilt deze situatie van die voor de normale slinger? Beredeneer je antwoorden
- Reken uit hoe groot de door de werkzame krachten geleverde arbeid  $dW$  is, wanneer de uitwijking toeneemt van  $x$  naar  $x+dx$ , en integreer dit resultaat om de totale arbeid tussen de evenwichtsstand en positie  $x$  te verkrijgen. Waaraan doet deze oplossing denken?
- Geef de bewegingsvergelijking voor deze slinger. (nog niet oplossen). Druk alle grootheden die met de hoek  $\theta$  samenhangen uit in de horizontale verplaatsing van de slinger  $x$ . (Maak in dit onderdeel géén kleine hoek benadering).
- Los de bewegingsvergelijking van d) op.
- Voltoet deze slinger aan behoud van totale energie? Zoja, in welke vorm wordt dan potentiële energie opgeslagen? Zoja, in welke vorm gaat dan energie verloren?

### OPGAVE 2: het Lennard-Jones molecuul

Vaak wordt de wisselwerking tussen twee neutrale atomen beschreven met behulp van de z.g. Lennard-Jones potentiële energie:

$$V(r) = V_0 \left[ \left( \frac{r_0}{r} \right)^{12} - 2 \left( \frac{r_0}{r} \right)^6 \right], \text{ waarbij } r \text{ de afstand tussen de twee atomen is, en } r_0 \text{ en } V_0$$

constanten zijn. De massa's van de twee atomen bedragen  $m_1$  en  $m_2$ .

- Voor welke  $r$  bevinden de twee atomen zich op hun evenwichtsafstand? Hoe groot is op die afstand de potentiële energie?
- Maak een grafiek van de hier gegeven potentiële energie als functie van de afstand en geef erin de bij (a) berekende afstand en energie aan.

We brengen de twee atomen op een afstand die 5% groter is dan de bij (a) berekende evenwichtsafstand en laten ze los. De atomen voeren dan een trilling uit rondom de evenwichtsafstand. We beschrijven deze beweging in de harmonische benadering.

- Hoe groot is in deze benadering de kracht tussen de twee atomen op de gegeven beginafstand (5% groter dan de evenwichtsafstand)? Hoe groot is de effectieve veerconstante t.o.v. de evenwichtspositie?
- Na hoeveel tijd komen de twee atomen telkens weer in hun uitgangspositie? Hoe groot is deze tijd als  $m_1 = m_2$ ? En als  $m_1 \ll m_2$ ?

Nu beschouwen we de situatie waarbij de twee atomen om elkaar heen draaien.

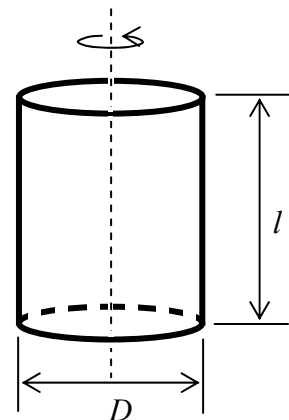
- Geef een uitdrukking voor een effectieve potentiële energie als functie van de afstand  $r$ , waarin het effect van de rotatie wordt verrekend.

Kies de rotatiesnelheid zodanig dat de effectieve potentiële energie precies op nul uitkomt bij de afstand die voor het niet draaiende molecuul de evenwichtsafstand was (zie a).

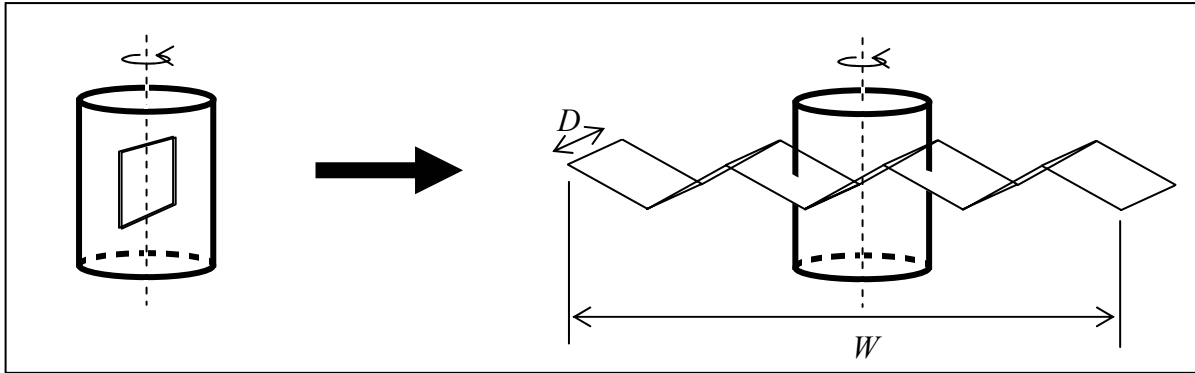
- Wat is de omwentelingstijd van het molecuul, in de benadering dat de afstand tussen de twee atomen nog steeds gelijk is aan de evenwichtsafstand van het niet-draaiende molecuul?
- Voor welke totale energie zal het draaiende molecuul uit elkaar vliegen? (verwaarloos voor het rekengemak in dit onderdeel de repulsieve term in de Lennard-Jones potentiaal).

### OPGAVE 3: draaiend ruimtevaartuig

Een onbemand ruimtevaartuig begint aan zijn lange reis door de ruimte. Voor de stabiliteit laat men het draaien. Het object is cilindervormig en het draait rondom zijn symmetrie-as (zie tekening). Neem verder aan dat de massa  $M$  van het ruimtevaartuig gelijkmatig over het volume van het object is verdeeld.

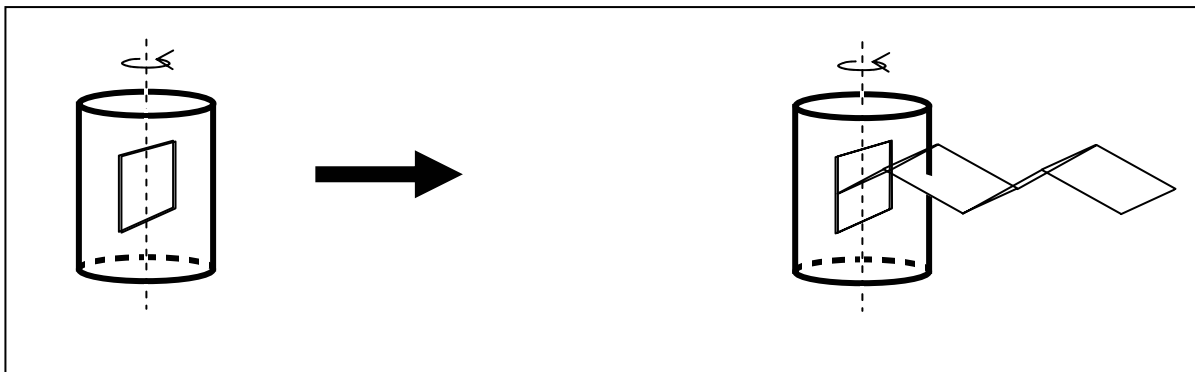


- Hoe groot is het voor de beschreven rotatie relevante traagheidsmoment?
- Als het ruimtevaartuig draait met hoeksnelheid  $\omega$ , hoe groot is dan het impulsmoment?



In het midden van het object bevindt zich een geheel plat opgevouwen zonnepaneel, met een breedte die gelijk is aan de diameter  $D$  van het ruimteschip (zie tekening). Het paneel vouwt symmetrisch uit en bereikt een totale spanwijdte  $W$ . De massa van het zonnepaneel bedraagt  $m$  en is gelijkmatig over het oppervlak van het zonnepaneel verdeeld. (deze massa en de bijdrage ervan aan het traagheidsmoment in de opgevouwen toestand waren bij (a) impliciet meegeteld)

- Hoe groot is de verandering van het traagheidsmoment bij het uitklappen van het zonnepaneel? Hoe verandert hierdoor de hoeksnelheid van het ruimtevaartuig?
- Met behulp van twee stuuraketjes die zich aan de buitenkant van het cilindrische lichaam bevinden, precies tegenover elkaar, worden net zolang krachten met een grootte  $F$  (per raketje) uitgeoefend, tot de oorspronkelijke hoeksnelheid weer is bereikt. Hoe lang staan de twee raketjes aan?



- Door een mankement, is slechts een helft van het zonnepaneel uitgeklappt. Rondom welke as draait het ruimteschip nu? (bereken de afstand tot de oorspronkelijke as)
- Hoe groot is het traagheidsmoment van het ruimteschip met het half uitgeklapte zonnepaneel t.o.v. de nieuwe rotatie-as?