

Tentamen Klassieke Mechanica 1

9 augustus 2007

Opgave 1

Een voorwerp met massa m beweegt in drie dimensies onder invloed van een kracht $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ die alleen van de plaats afhangt. Geef met een kort argument antwoord op de volgende vragen:

- a. Aan welke voorwaarde moet de kracht \mathbf{F} voldoen zodat het impulsmoment behouden is?
- b. Aan welke voorwaarde moet de kracht \mathbf{F} voldoen zodat de energie behouden is?
- b. Aan welke voorwaarde moet de kracht \mathbf{F} voldoen zodat de impuls behouden is?

Opgave 2.

We beschouwen een satelliet met massa m in een cirkelbaan rond een planeet met massa M . De straal van de baan is a .

- a. Gebruik dat de versnelling door de zwaartekracht de centripetale versnelling van de cirkelbaan levert, en vind daaruit een uitdrukking voor de hoeksnelheid van de satelliet in zijn baan.
- b. Geef een uitdrukking voor het impulsmoment van de satelliet als functie van a .
- c. Geef een uitdrukking voor de kinetische energie van de satelliet als functie van a .
- d. Geef een uitdrukking voor de totale energie van de satelliet als functie van a .
- e. Als (bijvoorbeeld door wrijving) de energie afneemt, terwijl de baan cirkelvormig blijft, wat gebeurt er dan met de snelheid?

Opgave 3.

Twee deeltjes met massa m_1 en m_2 hebben een relatieve positie $\mathbf{R} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$.

- a. Toon aan dat in het zwaartepuntsstelsel (waarin de oorsprong in het zwaartepunt ligt) de posities van de deeltjes voldoen aan $\bar{\mathbf{r}}_1 = m_2 \mathbf{R}/m$ en $\bar{\mathbf{r}}_2 = -m_1 \mathbf{R}/m$, met $m = m_1 + m_2$ de totale massa.
- b. Druk de totale kinetische energie in het zwaartepuntsstelsel uit in de relatieve snelheid $\dot{\mathbf{R}}$.
- c. Druk het totale impulsmoment in het zwaartepuntsstelsel uit in de relatieve positie \mathbf{R} en de relatieve snelheid $\dot{\mathbf{R}}$.

Opgave 4

Een cabine beweegt in verticale richting met een tijdafhankelijke snelheid $V(t)$. In de cabine bevindt zich een reiziger met massa m . De versnelling door de zwaartekracht heeft de uniforme waarde $-g$. (We kiezen de positieve richting omhoog.) De verticale snelheid van de reiziger in het stelsel van de cabine noemen we $v'(t)$.

- a. Als $v(t)$ de verticale snelheid van de reiziger in het stelsel van de Aarde is, toon dan aan dat $v(t) = v'(t) + V(t)$.
- b. Geef de differentiaalvergelijking voor v' als op de reiziger behalve de zwaartekracht ook de kracht $F(t)$ werkt.

Nu nemen we aan dat de cabine hoog boven de aarde wordt losgelaten, en loodrecht naar beneden valt met beginsnelheid $V_0 = 0$ op het begintijdstip $t = 0$. De totale massa van de cabine (met reiziger) is M . Op de cabine werkt de zwaartekracht $-Mg$, en de wrijvingskracht van de atmosfeer, met grootte $-cV$, als V de snelheid van de cabine is.

- c. Geef de differentiaalvergelijking voor de snelheid $V(t)$ van de cabine als functie van de tijd.
- d. Bereken de snelheid $V(t)$ van de cabine.

We beschouwen nu het geval dat de reiziger zich op de bodem van de cabine bevindt, zodat $v' = 0$, en F de kracht is die de bodem op de reiziger uitoefent. (F bepaalt dan dus het gewicht van de reiziger.)

- e. Geef een uitdrukking voor $F(t)$ als functie van de tijd. Schets een grafiek voor $F(t)$.