

Tentamen Klassieke Mechanica 1

4 augustus 2009

Opgave 1

Een auto met massa m rijdt langs een cirkelvormig circuit met straal b . Gedurende een zeker tijdsinterval neemt de grootte van de snelheid lineair met de tijd toe, zodat de snelheid geschreven kan worden als αt .

- Bepaal de grootte van het impulsmoment van de auto ten opzichte van het middelpunt van het circuit als oorsprong.
- Geef de tijdafhankelijke snelheidsvector van de auto in poolcoördinaten.
- Geef de tijdafhankelijke positie van de auto in poolcoördinaten.
- Geef de grootte van de tijdafhankelijke kracht die op de auto werkt.
- Bepaal de grootte van het krachtmoment dat op de auto werkt.

Opgave 2

Een deeltje met massa m wordt afgeschoten vanaf de grond, met een beginsnelheid $\mathbf{v}(0) = v_{x0}\mathbf{i} + v_{z0}\mathbf{k}$ op het begintijdstip $t = 0$. Het lanceerpunt nemen we als oorsprong, en de z -as is de vertikaal. De luchtweerstand wordt beschreven door een lineaire weerstandscoefficiënt c_1 , zodat de versnelling als gevolg van de weerstand gegeven is door $-\gamma\mathbf{v}$, met $\gamma = c_1/m$. De versnelling door de zwaartekracht is $-g\mathbf{k}$.

- Toon aan dat $y(t) = 0$ op alle tijden, en geef de bewegingsvergelijkingen voor de componenten v_x en v_z van \mathbf{v} .
- Bepaal de oplossingen $v_x(t)$ en $v_z(t)$ van deze bewegingsvergelijkingen, bij de gegeven beginvoorwaarden.
- Bereken $x(t)$ en $z(t)$.
- Geef uitdrukkingen voor deze oplossingen $x(t)$ en $z(t)$ in de limiet van lange tijden, waar $\exp(-\gamma t)$ verwaarloosbaar is geworden.
- Geef een uitdrukking voor het tijdstip waarop het voorwerp neerkomt, aannemend dat op het moment van neerkomen de genoemde limiet geldt. Geef ook de componenten van de snelheid waarmee het voorwerp de grond bereikt.

Opgave 3

Een satelliet bevindt zich in een cirkelvormige baan met straal a om de aarde. De massa van de aarde noemen we M .

- a. Bepaal de hoeksnelheid van de satelliet.

Nu wordt een voorwerp met een kleine massa m vanuit de satelliet vertikaal naar beneden gelaten aan een koord met lengte L . De massa m is verwaarloosbaar vergeleken met de massa van de satelliet, zodat de baan van de satelliet niet verandert.

- b. Bepaal de grootte van de zwaartekracht en van de centrifugale kracht op het voorwerp, gezien vanuit het meedraaiende stelsel.
- c. Geef een uitdrukking voor de spanning in het koord.
- d. Laat zien dat als $L \ll a$ de spanning in het koord in goede benadering evenredig is met L , en bepaal de evenredigheidsconstante.
- e. Bepaal de verhouding tussen de spanning in het koord en de zwaartekracht die op het voorwerp werkt.