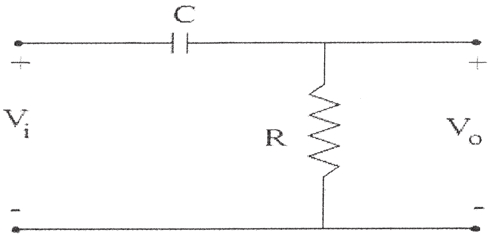
Toets Signaalverwerking en Ruis,
donderdag 8 november 2012 om 13:45 uur

Deze toets bestaat uit 5 opgaven, op 2 bladzijden.
U hebt maximaal 2 uur de tijd.

Opgave 1: High Pass filter (6 punten)



a) Stel de differentiaal vergelijking van het bovenstaande filter op en los deze op om vervolgens de overdrachtsfunctie $H(\omega) = V_{out}(\omega)/V_{in}(\omega)$ van het filter uit te rekenen. (2 punten)
b) Bereken de overdrachtsfunctie van het filter door gebruik te maken van complexe impedanties. Wat voor een type filter is dit? (1 punt)
c) Teken het bode-diagram van dit filter. (1 punt)
d) Stel R=1MΩ en C=10pF. Wat is dan de kantel frequentie van het filter? (1 punt)
e) De ingang van het filter van d) sluit je aan op een functiegenerator die een sinus genereert (4V piek-piek, 1kHz). De uitgang sluit je aan op een oscilloscoop (ingangsimpedantie 50Ω, een lage ingangsimpedantie die gangbaar is voor hoogfrequente oscilloscopen). Leg uit wat je op de oscilloscoop te zien krijgt. (1 punt)

Opgave 2: Vogelaar (3 punten)
Tjielp de Vogelaar is op een mooie zaterdagochtend naar de Veluwe gefietst om daar het geluid van verschillende soorten wild op te nemen. Zijn microfoon heeft een bandbreedte van DC tot aan 20kHz.

a) Vanuit de kijktoren heeft hij een burlend edel hert gespot en hij wil graag zijn zang opnemen, zodat hij thuis kan opzoeken welke soort het is. Welke minimale sampling frequentie is nodig om het geluid van het hert te karakteriseren als de hoogste frequentie 500Hz is en er verder geen andere geluiden zijn?
b) Nu is er ook een mus in de buurt die aan het tljiepen is van 1 t/m 5kHz. Welke sampling frequentie is nu minimaal nodig zodat het getjielp van de mus niet het geburl van het hert verstoord?
c) Leg uit wat er gebeurt als je een te lage samplingfrequentie zou gebruiken.

Opgave 3 (2 punten)
Ik heb een signaal 10 seconden lang gemeten, met een sampling frequentie van 30 kSamples/seconde. Wat is de frequentieresolutie wanneer ik dit signaal met de computer Fouriertransformeer?

Z.O.Z

Opgave 4 (2 punten).

Ik meet met een vierkant afkapvenster

een sinusvormig signaal van 14 Hz,

gedurende 10 seconden

met een sampling rate van 10 kHz.

Verwacht ik hier Spectral Leakage te zien (1 punt)? Waarom wel of waarom niet (1 punt)?

Opgave 5. (2 punten)

Een mechanische resonator bestaat vaak uit een veer die bij een grotere uitrekking stijver wordt.

De kracht wordt dan gegeven door $F_{spring} = -k*x - \alpha*x^3$

Wanneer je van een dergelijke resonator de bewegingsvergelijking opstelt en de overdrachtsfunctie $H(\omega)=X(\omega)/F_{drive}(\omega)$ wilt uitrekenen, wat gaat er dan mis?

THEORY OF CONCURRENCY
TEST
Tuesday November 13, 2012, 14.00 - 17.00

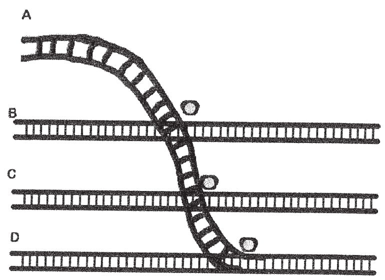
This test consists of 4 questions with in parentheses their relative weight.
Answers may be given both in English and in het Nederlands.
Use of lecture notes or any other material is permitted. Whenever appropriate the support that pipe can provide, is assumed and encouraged.
Answer on paper, with additional (electronic) submission of pipe-output by email to Bas van Stein, bvstein@liacs.nl , to be sent before leaving the classroom. Mention clearly in your paper submission what you have submitted electronically.

It may be that the assignments in Question 1 are not fully specified and you may have to find a logical interpretation in order to be able to answer the question and/or provide a reasonable model. Always explain your choices and elaborate your answers.

Question 1 [50%]

Consider a simple railway system consisting of four single tracks, A, B, C, and D. The main track A crosses B and C before joining D through a tracking point ('wissel'). At each of the crossings both tracks are guarded by a semaphore switching between red and green signals.

For a schematic picture see below.



Initially, there are four trains, one per track, starting from the left-most side of the tracks and traveling to the right-most side (without accidents); both signals for A are green (and those for B and C are red).
The train on the main track A should never have to stop more than once for a red signal. The tracking point allows trains from either track A or track D (not both) to continue, but we assume for the moment that there will never be a problem with the switching of the tracking point (both the train on A and that on D can always safely pass without having to wait).

(a) Model this system (in pipe) as an EN system M.
Explain your modelling decisions including the representation of signals, tracks, trains and their travel from left to right.

(b) Generate the configuration graph SCG(M) of your model system.
Explain the concurrency in your system: which transitions can occur concurrently and when; and what does this signify.

(c) Demonstrate (by means of a firing sequence x) that it is possible to let all trains arrive safely at their destination (on the right side).

(d) Draw the process defined by the firing sequence x given above (if your EN system is not contact-free, you will have to modify it first).

(e) Is it the case that in your system, eventually all trains will arrive at their destination (explain your answer)? If not, modify your system accordingly (and without violating the earlier given constraints).

In an extended version of the railway system we assume that trains go back and forward on their tracks. Again, we begin with one train per track starting from the left-most side. Moreover, this time the tracking point may have to be switched to the right position to allow a train from the other track to pass. Also this process is guarded by a semaphore. Initially, all three signals for A are green (with the tracking point ready for track A). As before, but now in each direction, the train on the main track A should never have to stop more than once for a red signal.

(f) Extend your EN system from (a) accordingly. Explain your solution and argue that the extended EN system is live (all transitions are live).

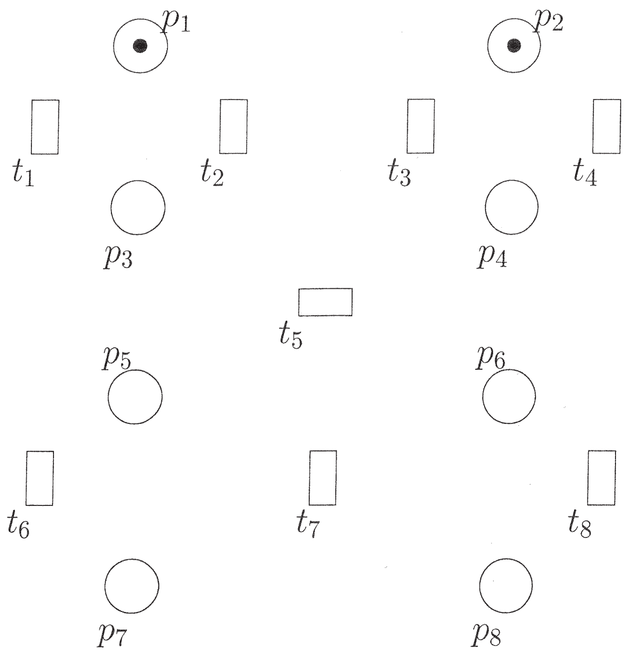
Question 2 [10 %]

Given are 9 languages $L_i \subseteq \{a, b, c\}^*$ consisting of words of length three. For each of them we pose the question whether there exists an EN system M_i with three transitions a, b, c such that the firing sequences of length three of M_i are exactly L_i, in other words $\text{FS}(M_i) \cap \{a, b, c\}^3 = L_i$.
Prove your answers: if 'yes' provide the EN system M_i if 'no' give a sound argument why not.

$L_1 = \{abc\}$ $\quad$ $L_2 = \{abc, acb, bac, bca, cab, cba\}$
$L_3 = \{abc, acb\}$ $\quad$ $L_4 = \{abc, bac\}$
$L_5 = \{abc, cba\}$ $\quad$ $L_6 = \{aba, aca\}$
$L_7 = \{abc, acb, bca\}$ $\quad$ $L_8 = \{abc, acb, bca, bac\}$
$L_9 = \{abc, bac, bca\}$

Question 3 [20 %]

The EN system $M = (P, T, F, C_{in})$ is defined as follows:
$P = \{p_1, \ldots, p_7, p_8\}$, $T = \{t_1, \ldots, t_7, t_8\}$, $C_{in} = \{p_1, p_2\}$, see:



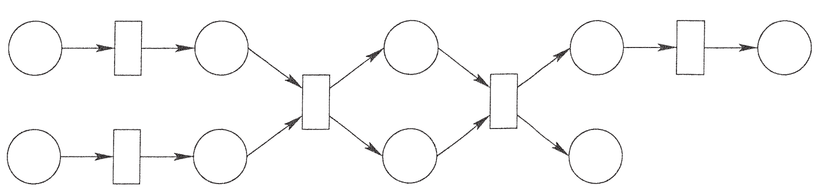
$F = \{(t_1, p_1), (p_1, t_2), (t_2, p_3), (p_3, t_1), (t_4, p_2), (p_2, t_3), (t_3, p_4), (p_4, t_4),$
$(p_3, t_5), (p_4, t_5), (t_5, p_5), (t_5, p_6),$
$(t_6, p_5), (p_5, t_7), (t_8, p_6), (p_6, t_7), (t_7, p_7), (p_7, t_6), (t_7, p_8), (p_8, t_8)\}$,

(a) Draw the new EN system M.

(b) Determine all non-trivial subsystems of M.
Identify the sequential subsystems (with an explanation).

(c) Investigate (explain) whether M is contact-free.

Consider the following process net N.



(d) Give three lines, cuts, and slices of N.

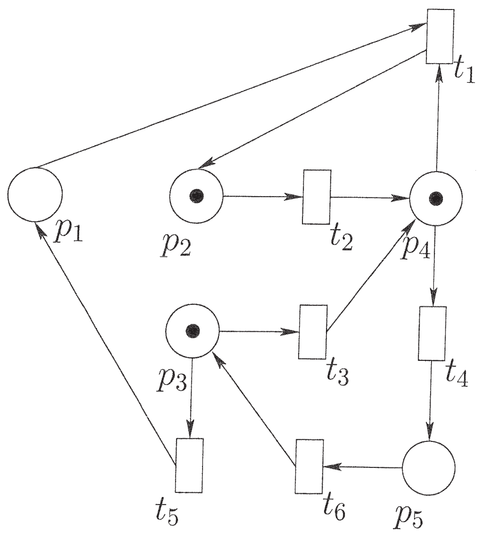
(e) Label the places and transitions of N in such a way that the resulting labelled net N' is a process of M.

Draw the pruned contracted version $\mathbf{pructr}(N')$ of N'.

(f) Give all lpo-equivalent firing sequences of M that define the process N'.

Question 4 [20 %]

Consider the following EN system M.



(a) Demonstrate — using firing sequences — that $\{p_1, p_4, p_5\}$ and $\{p_2, p_5\}$ are reachable configurations of M.

(b) Give a firing sequence y of M in which all its transitions occur exactly once.

(c) Give three confusions of M with three distinct (reachable) configurations together with an explanation of their type (conflict-increasing, conflict-decreasing or neither; symmetric or not).

(d) Determine $\mathbf{ind}(M)$, the independency relation of M.

(e) Give the dependency graph $\mathbf{dep}_M(y)$ of the firing sequence y from (b) above and its pruned version $\mathbf{pru}(\mathbf{dep}_M(y))$.

(f) Determine which words belong to the trace $[y]_{\mathbf{ind}(M)}$. Explain your answer (never list more than eight words).

---

the end

Tentamen Klassieke Mechanica b Herfst 2012

1. Traagheidsmoment van een driehoek

We beschouwen de driehoek zoals weergegeven in Fig. 1 in het xz-vlak met constante massadichtheid σ per oppervlak.

(a) Bereken het massamiddelpunt van de driehoek.

(b) Bereken het traagheidsmoment rond de z-as van de driehoek.

(c) De driehoek roteert nu met een hoeksnelheid ω rond de z-as. Wat is het baanimpulsmoment? Wat is de kinetische energie?

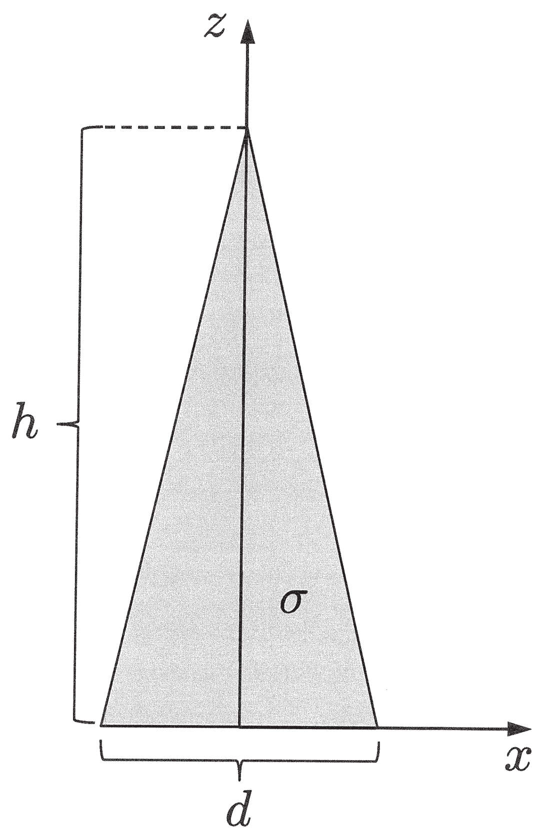


Figure 1: Schematische tekening van de gegeven situatie bij vraag 1.

2. Rotatie rond een vaste as

We beschouwen de rotatie van een star lichaam om een vaste as (x-as) met een constante hoeksnelheid ω. Het lichaam bestaat uit 2 puntmassa's, elk met massa gelijk aan m, vastgemaakt aan de x-as, zoals te zien is in Fig. 2.

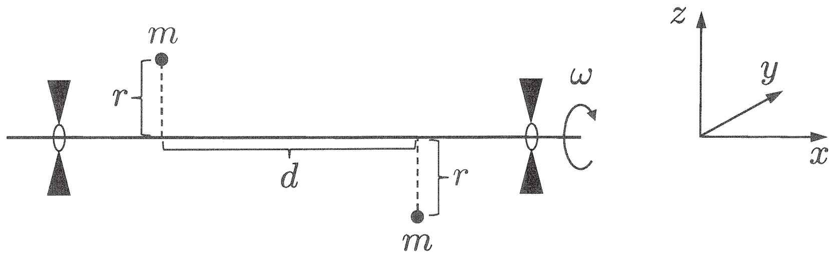


Figure 2: Schematische tekening van de gegeven situatie bij vraag 1.

De twee massa's en de x-as liggen in één en hetzelfde vlak, het xz-vlak. We willen nu het moment uitrekenen dat nodig is om de as op dezelfde plek te houden wanneer we roteren met constante hoeksnelheid ω. We gaan dit doen op twee manieren: een directe berekening zoals uitgelegd wordt in (a) en door de Euler vergelijkingen te gebruiken zoals die gegeven worden in (b).

(a) Wanneer wij de as roteren beweegt iedere massa zich in een cirkel met straal r rond de as, wat een centrifugaalkracht $m\omega^2 r$ oplevert. Bereken nu het krachtmoment dat werkt op de as als gevolg van deze krachten.
Wat gebeurt er met de richting van het krachtmoment?

(b) We gaan nu het krachtmoment opnieuw berekenen maar deze keer gebruiken we de Euler Vergelijkingen:

$$N_1 = I_1\dot{\omega}_1 + \omega_2\omega_3\,(I_3 - I_2)$$

$$N_2 = I_2\dot{\omega}_2 + \omega_3\omega_1\,(I_1 - I_3)$$

$$N_3 = I_3\dot{\omega}_3 + \omega_1\omega_2\,(I_2 - I_1)$$

Het $(1,2,3)$-coordinaten systeem is georiënteerd langs de 3 hoofdassen van het lichaam. Bereken de hoofdtraagheidsmomenten I_1, I_2 en I_3 en de rotatievector $\vec{\omega}$ met componenten ω_1, ω_2 and ω_3 voor de situatie gegeven in Fig. 2.
(Hint: Het resultaat voor het krachtmoment moet gelijk zijn aan dat gevonden in (a)).

3. Pendulum

Beschouw een pendulum in een gravitatieveld dat in de $-z$-richting staat. De pendulum bestaat uit een puntmassa m op een vaste afstand l van de oorsprong. De massa beweegt alleen in het xz-vlak.

(a) Geef de bewegingsvergelijkingen voor dit systeem met behulp van het Lagrange formalisme.
(Hint: Schrijf de Langrangiaan $L = T - U$ in poolcoordinaten (θ, r) en gebruik vervolgens de Lagrange vergelijkingen om de bewegingsvergelijking op te stellen.)

(b) Los de bewegingsvergelijking op voor kleine amplitudes.
(Hint: harmonische oscillator).

(c) Wat is de kracht op de verbindende lijn tussen de oorsprong en de puntmassa voor een gegeven amplitude en hoeksnelheid $\dot{\theta}$?
(Hint: De centrifugaalkracht wordt gegeven door $m\dot{\theta}^2 l$).

(d) We gaan deze kracht nu berekenen met de methode van Lagrange Multipliers. We stellen een nieuwe Langrangiaan op, $L' = L + \lambda g$, met $\lambda(t)$ is Lagrange Multiplier en g is een functie van de gegeneraliseerde coordinaten zodat $g = 0$ de beperkende voorwaarde geeft (constraint) van de pendulum. De nieuwe Langrangiaan heeft dan de vorm $L' = L'\left(\theta, \dot{\theta}, r, \dot{r}, \lambda\right)$. Dit resulteert in 3 nieuwe Langrangiaanse vergelijkingen. Geef deze 3 vergelijkingen.

(e) De kracht op de verbindende lijn wordt nu gegeven door: $F_r = \lambda \frac{\partial g}{\partial r}$. Laat zien dat dit inderdaad gelijk is aan het antwoord gevonden bij (c).

TEST EXAMINATION AMF – 30 October 2012, 11:00-13:00

I. KNOWLEDGE OF THE COURSE (1 hour, no documents allowed; on 40 points, 5 points per question). Keep answers to these questions very short (less than 4-5 lines/question).

1. What is the probability density of a p-electron to be at the center of the nucleus? What is its probability density to be in the Oxy plane if its magnetic quantum number is zero (hint: $Y_1^0(\theta,\phi)=\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta$) ?

2. When relativistic corrections are taken into account, the states of atomic hydrogen are still degenerate. With respect to which quantum number(s)? Explain qualitatively how the degeneracy between $(n=2)\ {}^2S_{1/2}$ and $(n=2)\ {}^2P_{1/2}$ states is lifted.

3. What are the possible terms of the carbon atom ($Z=6$) in its lowest electronic configuration, when the Pauli principle is taken into account (the total angular momentum is not required). How many states are there?

4. Write the complete electronic configuration of the sodium atom ($Z=11$). Give the term symbols including total angular momentum of its ground state. What are the terms when the last electron is brought to a $3p$ configuration, including the total angular momentum? What is the origin of the splitting between these first two excited states? What is their degeneracy?

5. Consider calcium (Ca, $Z=20$, the noble gas argon has $Z=18$). Give the symbols of the lowest levels (term including total angular momentum) considering only the two configurations with the lowest energy built from s-wavefunctions ($4s$ and $5s$). Present in a schematic drawing: i) The energetic ordering of these levels. ii) How these levels split or shift when a *weak* magnetic field is applied.

6. Consider the transitions between the ${}^2S_{1/2}$ ground state of a lithium atom and its ${}^2P_{1/2}$ and ${}^2P_{3/2}$ excited states at 14 903.6 cm^{-1} and 14903.9 cm^{-1}. Assign these transition energies.
Why is the splitting of these lines much smaller than in sodium (17 cm^{-1})? How many Zeeman lines do you expect to see in a strong magnetic field of 10 T (the normal Zeeman effect is of the order of 0.5 cm^{-1} /T)?

7. Consider a s to p transition in an atom with normal Zeeman effect. The atom is placed in a magnetic field directed along Oz. How many lines can be seen in an absorption spectrum if the light is linearly polarized along Oz? How does the spectrum change with the applied magnetic field?

8. Consider a two-electron system in which one electron is in the ground state (n,l,m) und the other electron in an energetically higher state (n',l',m'). Explain in a few sentences which one of the two spin states (triplet or singlet) has the higher energy.

II. PROBLEM (1 hour, no documents allowed; on 60 points)

Terms of the titanium atom

We first look for the allowed terms for two electrons in the same subshell with orbital quantum numbers $\ell_1 = \ell_2 = \ell$. We shall first show that the symmetry of the orbital state in the exchange of the two electrons is the parity of the total orbital momentum.

1. First consider the state with the maximal momentum $L = 2\ell$ and maximal projection on *Oz*, $M = 2\ell$. Show that this state is symmetric in the exchange $1 \Leftrightarrow 2$. From the action of the total down-ladder operator $L_- = \ell_{1-} + \ell_{2-}$, deduce that all states with $L = 2\ell$ and $|M| \le 2\ell$ are also symmetric.

2. Action of the two down-ladder operators ℓ_{1-} and ℓ_{2-} separately on state $|L = 2\ell, M = 2\ell\rangle$ gives rise to two states with the same value of M, $M = 2\ell - 1$. Deduce from this the expression of state $|L = 2\ell - 1, M = 2\ell - 1\rangle$ and show that it is antisymmetric in the exchange $1 \Leftrightarrow 2$. From the action of L_-, conclude that all $|L = 2\ell - 1, M\rangle$ states are antisymmetric in the exchange.
By applying a similar reasoning at orders $p = \ell - 1, \ell - 2, \ldots$ in the subspace of all states with $L \le 2p$, we could prove that all states with even L are symmetric and all states with odd L are antisymmetric in the exchange $1 \Leftrightarrow 2$. This demonstration is not required.

3. Use the property found in question 2 and the Pauli or antisymmetrization principle to associate different *L*-states with spin singlets and spin triplets.

4. We consider two d-electrons in the *same* subshell. How many states can they occupy?
Find the allowed terms in LS-coupling for an atom with two d-electrons, considering all possible values of the total angular momentum *J*. Check that the total number of states is indeed the one found above.

5. Determine the electron configuration of the ground state of the transition metal Ti (titanium), which has $Z = 22$ (i.e., which has 4 more electrons than the rare gas Ar). Successively apply Hund's rules 1, 2, 3 in the LS-coupling scheme to find the expected level diagram of the Ti atom.

6. Experimentally, the three lowest states have the following energies:
0 cm^{-1}, 170 cm^{-1}, 387 cm^{-1}.
The Landé interval rule states that $\Delta E_J - \Delta E_{J-1} = AJ$. Is it obeyed? What could be the origin of the deviation?

Reminder: the action of the down-ladder operator L_- on an eigenstate of (L^2, L_z) is given by:
$L_- |L, M\rangle = \sqrt{L(L+1) - M(M-1)} \;\; |L, M-1\rangle$.

Tussentoets Statistische Fysica I
Maandag 29 oktober 2012
Duur: 45 minuten

Vermeld op elk blad duidelijk je **naam**, **studierichting**, en **studentnummer**!

OPGAVE 1: *Weten en kunnen*

a) Hoe groot is het getal van Avogadro, m.a.w. uit hoeveel deeltjes bestaat één mol?
b) Geef een uitdrukking voor de partitiefunctie Z van een systeem, als de microtoestanden van dat systeem door de energiewaarden E_i worden gekenmerkt.
c) Wat is het verschil tussen de canonieke en de microcanonieke verdeling? In het bijzonder: welke grootheid wordt er bij elk van deze verdelingen constant gehouden en welke grootheid vertoont dan fluctuaties?

OPGAVE 2: *Barometrische hoogteverdeling*

We beschouwen in deze opgave de barometrische hoogteverdeling voor het geval dat we de zwaartekrachtsversnelling niet met een constante (g) benaderen.

a) Hoe hoog is de totale energie voor een molecuul met massa m als functie van zijn positie $\vec{r} = (x,y,z)$ en zijn snelheid $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$, als gegeven is dat de potentiële energie van dat molecuul gegeven wordt door $V(x,y,z) = V(r) = -GmM/r$, waarbij G de gravitatieconstante is, M de massa van de aarde en waarbij r natuurlijk groter is dan de aardstraal R.
b) Geef een uitdrukking voor de bijbehorende waarschijnlijkheidssdichtheid om het molecuul aan te treffen bij positie $\vec{r} = (x,y,z)$ met snelheid $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$. Je mag hierbij aannemen dat de temperatuur overal gelijk is aan T.
c) Is de positie $\vec{r}$ van het molecuul van invloed op de lokale verdeling van de snelheden van het molecuul? Beargumenteer je antwoord aan de hand van de uitdrukking bij b).
d) Als gegeven is dat de x-component van de snelheid van het molecuul bovengemiddeld hoog is, wat mag je dan gemiddeld gezien verwachten voor de hoogte $r-R$ van het molecuul? En voor de y- en z-componenten van de snelheid? Beargumenteer je antwoorden; herschrijf hiervoor eventueel de uitdrukking bij b).

Toets sf2 Fall/Winter 2012

State clearly your name and - if available - collegekaartnummer. Tip: Read first all questions, and then start with the ones that are easiest for you.

1 Ideal gas (2 points)

1. Calculate the partition function Z of an ideal gas of N particles in a volume V in the canonical ensemble. (Hint: $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$).

2. Give the free energy $F = -k_B T \ln Z$ and the pressure $p = -\partial F / \partial V$.

2 Equation of state of a real gas (4 points)

Van der Waals proposed in his thesis *Over de Continuïteit van den Gas- en Vloeistoftoestand* (LU 1873) his famous relation between the pressure p and the volume v per particle (with $v > b > 0$, $a > 0$) for a typical substance:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = k_B T$$

1. This equation is similar to the famous ideal gas law (that you actually derived in Problem 1.2 above). Give a physical interpretation of the additional terms a/v^2 and b.

2. Assume a and b to be positive constants. Sketch the isotherms in the (p, v)-diagram. These are not physical at sufficiently low temperatures. What is the physical interpretation of these curves?

3. Calculate the critical point, i.e., give the values $p = p^*$, $v = v^*$ and $T = T^*$ where the isotherms fulfill simultaneously $(\partial p / \partial v)_T = 0$ and $(\partial^2 p / \partial v^2)_T = 0$.

3 Virial expansion (4 points)

Consider a dilute gas of N particles in three dimensions. Their interaction potential w as a function of the center-to-center distance between two particles is given by

$$w(r) = \begin{cases} -u \ln(r/r_0) & \text{for } r \leq d \\ 0 & \text{for } r > d \end{cases}$$

where r_0 is some length. $u > 0$ has the dimension of energy. Calculate the second virial coefficient B_2:

$$B_2 = -\frac{1}{2} \int d^3 r \left(e^{-\beta w(r)} - 1\right)$$

Is there a finite temperature for which $B_2 = 0$?

Toets sf2 Fall/Winter 2012

State clearly your name and - if available - collegekaartnummer. Tip: Read first all questions, and then start with the ones that are easiest for you.

1 Ideal gas (2 points)

1. Calculate the partition function Z of an ideal gas of N particles in a volume V in the canonical ensemble. (Hint: $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$).

2. Give the free energy $F = -k_B T \ln Z$ and the pressure $p = -\partial F / \partial V$.

2 Equation of state of a real gas (4 points)

Van der Waals proposed in his thesis *Over de Continuïteit van den Gas- en Vloeistoftoestand* (LU 1873) his famous relation between the pressure p and the volume v per particle (with $v > b > 0$, $a > 0$) for a typical substance:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = k_B T$$

1. This equation is similar to the famous ideal gas law (that you actually derived in Problem 1.2 above). Give a physical interpretation of the additional terms a/v^2 and b.

2. Assume a and b to be positive constants. Sketch the isotherms in the (p, v)-diagram. These are not physical at sufficiently low temperatures. What is the physical interpretation of these curves?

3. Calculate the critical point, i.e., give the values $p = p^*$, $v = v^*$ and $T = T^*$ where the isotherms fulfill simultaneously $(\partial p / \partial v)_T = 0$ and $(\partial^2 p / \partial v^2)_T = 0$.

3 Virial expansion (4 points)

Consider a dilute gas of N particles in three dimensions. Their interaction potential w as a function of the center-to-center distance between two particles is given by

$$w(r) = \begin{cases} -u \ln(r/r_0) & \text{for } r \leq d \\ 0 & \text{for } r > d \end{cases}$$

where r_0 is some length. $u > 0$ has the dimension of energy. Calculate the second virial coefficient B_2:

$$B_2 = -\frac{1}{2} \int d^3 r \left(e^{-\beta w(r)} - 1\right)$$

Is there a finite temperature for which $B_2 = 0$?

<u>Midterm exam DITE:</u> Wednesday, Oct 24, 2012 -- 10:00 to 13:00h

Task I: Simplify the Boolean function **F**(w,x,y,z) = $\sum$m(0,3,5,7,11,13) which has the don't-care conditions **d**(w,x,y,z) = $\sum$m(4,6,14,15) by finding all prime implicants and essential prime implicants and applying the selection rule. Note that function **F** has ***don't care*** conditions **d** that you have to take into account when simplifying function **F**. After you have simplified the function, represent it using the l**ogic basis NOR**. Also, draw the combinational logic circuit corresponding to the function **using only 2-input NOR gates.**

<u>Important:</u> Show all prime implicants and essential prime implicants as well as explain all the steps you do to simplify and represent function F.

Task II: Let be given the Boolean function F2(w,x,y,z) = Σm(4,5,12,13).
Implement F under the following conditions:

1. Use **only** multiplexers 2-to-1 (**gates must not be used**!);
2. The number of multiplexers used in your implementation **must be as small as possible**.

<u>Important:</u> Show and explain all the steps you do to implement F2(w,x,y,z).

Task III: Design a 3-to-8 Decoder using **only** 1-to-2 Decoders with enable (**gates must not be used**!).

<u>Important:</u> Show and explain all the steps you do to design the 3-to-8 Decoder.

Eerste deeltentamen Analyse 3NA

Dinsdag 23 oktober 2012, 11.00-13.00

Motiveer elk antwoord met een berekening of redenering. Voor dit tentamen kunnen 59 punten worden gehaald. Het cijfer is gelijk aan het aantal behaalde punten/5,9.

---

1. Beschouw het complexe polynoom $P(z) = z^5 - 2z^4 + z^3 + 8z^2 - 16z + 8$. $z = 1$ is een nulpunt van $P(z)$.

a. Bepaal de orde van het nulpunt $z = 1$. (3 pt)

b. Bepaal de overige nulpunten van $P(z)$ (geef het antwoord in de vorm $z = a + bi$ met a, b reëel) en ontbind $P(z)$ in lineaire factoren. (10 pt)

c. Ontbind $P(z)$ in reële factoren van graad hoogstens twee. (3 pt)

2. Laat Log z de hoofdwaarde zijn van de complexe logaritme $\log z$. In deze opgave nemen we $\operatorname{Re} z > 0$.

a. Laat zien dat het reële en imaginaire deel van Log z aan de Cauchy-Riemannvergelijkingen voldoen. (8 pt)

b. Bepaal de afgeleide functie van Log z. (5 pt)

3. Bereken m.b.v. contourintegratie de waarde van de integraal $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2 + 4x + 8}\, dx$. Schrijf het antwoord als een reëel getal. (10 pt)

Z.O.Z. voor de overige opgaven.

4. De functie $f(z) = \dfrac{z^2}{\sin^2 z}$ heeft in $z = 0$ een ophefbare singulariteit.

a. Hoe moeten we $f(0)$ definiëren zodat $f(z)$ analytisch wordt op geheel $\mathbb{C}$? (2 pt)

b. Laat $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ de machtreeks zijn van $f(z)$ rond $z = 0$. Bepaal a_0, a_1, a_2, a_3. (8 pt)

c. Bereken de waarde van de integraal $\displaystyle\oint_C \frac{z}{\sin^2 z}\,dz$ waarbij C de cirkel met middelpunt $\pi/2$ en straal 2 is, in positieve richting doorlopen. (10 pt)

1E DEELTENTAMEN CONTINUE WISKUNDE

22 oktober 2012, 14:00-16:00

- Op de achterzijde staan twee opgaven en een lijstje formules.
- Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan.
- Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
- Vul op elk tentamenpapier **duidelijk leesbaar** je naam en collegekaartnummer in.
- Het cijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 5 plus 1.

---

5 **1.** *a)* Bereken $\lim_{x\to 0} \dfrac{\cos(2x)-1}{e^{x^2}-1}$.

5 *b)* Bereken $\lim_{x\to\infty} \dfrac{e^x+1}{e^x + xe^{0.9x}}$.

5 *c)* Bepaal de afgeleide van $\dfrac{e^{\cos x}}{1+\ln(2x+1)}$.

5 **2.** Voor $c \in \mathbb{R}$ is de functie f_c gegeven door

$$f_c(x) = \begin{cases} c^2 3^{cx} & (x \geq 0), \\ c\ln(1+x) + 2\cos x & (x < 0). \end{cases}$$

Bepaal voor welke waarde(n) van c de functie f_c continu is in $x = 0$.

5 **3.** Bepaal het 3e Taylorpolynoom $P_3(x)$ van $\ln(1+x) - \ln(1-x)$ rond $x = 0$.

ZOZ

4. Gegeven is de functie $f(x) = x^3 - 3x - 3$.

3 *a)* Ga na voor welke waarden van x de functie f stijgend of dalend is. Bepaal de extremen van f met plaats, aard en grootte.

4 *b)* Leg uit dat f een nulpunt x^* heeft in $(2, 3)$. Schets de grafiek van f.

3 *c)* We willen een benadering van x^* vinden met behulp van de methode van Newton-Raphson. Kies startwaarde $x_0 = 2$ en pas één iteratiestap van de methode van Newton-Raphson toe. Bereken het resulterende getal x_1.

5. Gegeven is de functie $f(x) = \dfrac{x^4+1}{x^3-x^2}$.

5 *a)* Bepaal de verticale asymptoten van f. Bepaal voor elke verticale asymptoot $x = a$ $\lim\limits_{x \uparrow a} f(x)$ en $\lim\limits_{x \downarrow a} f(x)$.

5 *b)* Laat zien dat f scheve asymptoten heeft voor $x \to \infty$ en $x \to -\infty$ en bepaal deze.

Formules goniometrie

$\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$;
$\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y$;
$\sin\frac{\pi}{6} = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$; $\sin\frac{\pi}{3} = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$; $\sin\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.

Standaardlimieten voor functies

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$; $\lim\limits_{x\to\infty} \left(1 + \dfrac{a}{x}\right)^x = e^a$;
$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^p}{e^x} = 0$; $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln x}{x^q} = 0$, als $q > 0$.

Afgeleiden

$(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$; $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$; $(\arctan x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$.
