

Tentamen Klassieke Mechanica 2

24 november 2008

Opgave 1

Een voorwerp met massa m heeft een traagheidsmoment I_0 om een as die door het zwaartepunt gaat. We bekijken nu de situatie dat de as parallel verplaatst wordt over een afstand a .

- Geef het traagheidsmoment van het voorwerp voor rotaties om deze verplaatste as.

De verplaatste as wordt horizontaal opgehangen, en het voorwerp kan vrij draaien om deze vaste as.

- Geef aan wat de oriëntatie is van het voorwerp in evenwicht.
- Geef de bewegingsvergelijking voor de uitwijkhoek θ uit evenwicht.
- Geef een uitdrukking voor de oscillatiefrequentie ω bij kleine uitwijkingen uit evenwicht.
- Bepaal de waarde van de verplaatsing a waarvoor ω maximaal is.

Opgave 2.

Zoals bekend heeft een homogene platte cirkelvormige schijf met massa m en straal a een traagheidsmoment $I_{as} = ma^2/2$ ten opzichte van de as van de schijf. U mag dit resultaat zonder verdere afleiding gebruiken. U hoeft dan geen integralen te berekenen om de vragen te beantwoorden.

- Bepaal het traagheidsmoment van de schijf ten opzichte van een as door het middelpunt en in het vlak van de schijf.

We kiezen nu de oorsprong op een punt op de rand van de schijf. Bij deze oorsprong kiezen we een orthogonaal assenstelsel, waarvan één as loodrecht staat op het vlak van de schijf, en een andere as een raaklijn aan de schijf is. Daarmee ligt uiteraard ook de derde as vast.

- Laat zien dat deze drie assen de hoofdtraagheidsassen zijn behorend bij deze oorsprong.
- Geef de bijbehorende drie hoofdtraagheidsmomenten.

- d. Geef voor elk van deze drie assen de kinetische energie en de grootte van het impulsmoment als het voorwerp om de as roteert met hoeksnelheid ω .
- e. Geef in elk van deze drie gevallen de grootte van de kracht die het voorwerp uitoefent op de rotatie-as.

Opgave 3.

Een voorwerp met massa m glijdt zonder wrijving langs een vlakke helling met hellingshoek θ . Deze helling is de schuine zijde van een driehoekig blok met massa M . Het blok kan zonder wrijving bewegen over een glad horizontaal tafelblad. De positie van het blok wordt bepaald door de coördinaat X . Het blok is bevestigd aan een veer met veerconstante k en rustlengte L , zodat de potentiële energie van de veer gegeven is door $k(X - L)^2/2$. De positie van het voorwerp is gegeven door de afstand x langs de helling naar beneden.

- a. Geef de totale potentiële energie V van het systeem als functie van x en X .
- b. Geef de kinetische energie T van het systeem als functie van \dot{x} en \dot{X} .
- c. Geef de Lagrangebewegingsvergelijkingen.
- d. Elimineer de variabele x , en geef een bewegingsvergelijking voor X alleen.
- e. Laat zien dat gedurende het naar beneden glijden van de massa m de beweging van het blok beschreven wordt door een harmonische oscillatie. Geef een uitdrukking voor de frequentie van deze oscillatie.