

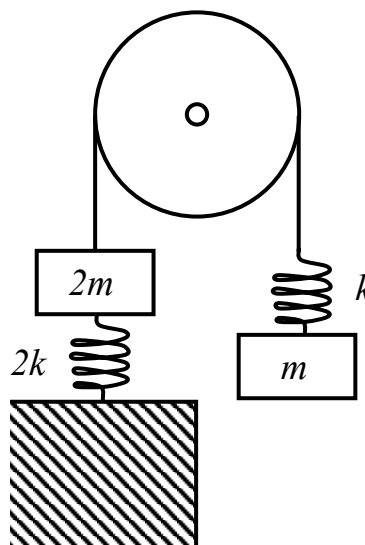
Hertentamen Klassieke Mechanica II
Woensdag 4 december 2002
Duur: 3 uur

Vermeld op elk blad duidelijk je **naam, studierichting**, en evt. **collegekaartnummer!** (TIP: lees eerst alle vragen rustig door, begin met de vraag die je het makkelijkst vindt, besteed niet teveel tijd aan één vraag)

Uitslag: over ca. 2 weken bij studentenadministratie en op de KM2-webpagina. Als je bezwaar hebt tegen vermelding van je uitslag op de webpagina, geef dit dan duidelijk aan op het eerste blad.

OPGAVE 1: massa's en veren

Beschouw het getekende massa-veer systeem. De veren zijn ideaal, de katrol is wrijvingsloos en massaloos (dus ook zonder traagheidsmoment).



- a) Hoeveel vrijheidsgraden heeft dit systeem?
- b) Kies de z-coördinaten van de twee massa's zo dat ze beide nul zijn als de blokken stil hangen, en stel de Lagrangiaan op.
- c) Stel nu de Lagrangevergelijkingen op.
- d) Wat zijn de natuurlijke lineaire combinaties van de coördinaten, m.a.w. wat zijn de normaalcoördinaten van dit systeem? (TIP: probeer verschillende combinaties uit, zoals: $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $2z_1 + z_2$, $2z_1 - z_2$, $z_1 + 2z_2$, $z_1 - 2z_2$, ...)
- e) Los de Lagrangevergelijkingen voor de bij d) bepaalde lineaire combinaties van coördinaten op. Bepaal hieruit de oplossingen voor de bewegingen van de twee individuele blokken.
- f) Ga uit van de volgende startcondities: bij $t = 0$ bevinden beide blokken zich in de ruststand; het linkerblok heeft een beginsnelheid van nul, en het rechterblok heeft een naar boven gerichte beginsnelheid van v_0 . Geef voor deze begincondities de volledige oplossing.

OPGAVE 2: Op de draaischijf

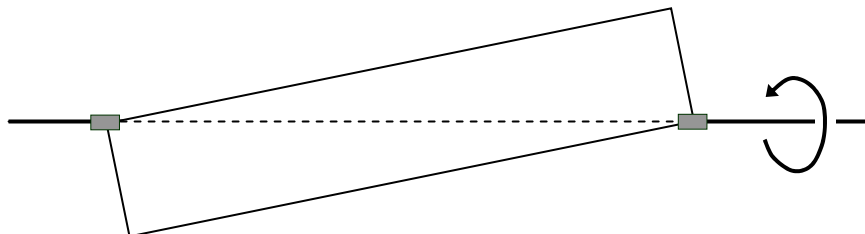
Stel je de situatie voor waarbij je op een horizontale draaischijf staat die met constante hoeksnelheid ω tegen de klok in draait. Verwaarloos in deze opgave het effect van de aardrotatie. Je bevindt je op een afstand R van de draaias.

- a) Welke versnellingen ondervind je? Geef naam, richting en grootte.
- b) Als je een bal naar de overkant gooit (je mikt dus op de draaias) met een zodanig lage snelheid dat je de bal na een gedeeltelijke omloop zelf weer zal opvangen, verwacht je dan dat je de bal precies na een halve omloop vangt? Zonee, eerder? Of later? Motiveer je antwoord.

- c) Je loopt naar het centrum met snelheid v . Welke versnellingen ondervind je nu? Geef opnieuw naam, richting en grootte.
- d) Met de radiële component van de versnelling kan je een radiële potentiële energie associëren. Leid af hoe deze potentiële energie $V_{rad}(R)$ afhangt van de afstand R tot het centrum.
- e) Hoeveel beginsnelheid heb je op basis van het antwoord bij c) nodig om het midden te bereiken? Hoe is dit eigenlijk mogelijk? Het gaat hier toch uitsluitend om fictieve krachten, waarom zou daarmee “echte” kinetische energie gemoed zijn?
- f) We gooien een bal naar het centrum, met beginsnelheid v_0 . Ga er vanuit dat deze beginsnelheid zo hoog is ($v_0 \gg \omega R$) dat de grootte en richting van de snelheid onderweg, binnen het roterende systeem vrijwel constant blijven. Bereken in deze limiet (dus bij benadering) op welke afstand de bal het centrum mist. Voer deze berekening op twee verschillende manieren uit: eenmaal gezien vanuit het roterende stelsel, gebruik makend van schijnversnellingen, en eenmaal gezien vanuit een inertiaalstelsel van waaruit men als toeschouwer het roterende stelsel waarneemt; vergelijk de resultaten.

OPGAVE 3: Kantelende plank

Beschouw een rechthoekige, dunne plank, met verwaarloosbare dikte, en met een breedte van 10 cm en een lengte van 50 cm. De plank weegt 2 kg. Op twee tegenover elkaar liggende hoekpunten is een lager aangebracht, waarom de plank kan draaien.



We laten de plank draaien in de aangegeven richting, met twee omwentelingen per seconde.

- a) Geef in een tekening de 3 hoofdassen aan van de plank, en bereken de bijbehorende traagheidsmomenten. (als je de grootten niet als formule geeft, maar als getallen, vergeet dan de juiste eenheden niet!)
- b) Reken het impulsmoment uit van de draaiende plank t.o.v. haar massamiddelpunt (grootte en richting). Teken de impulsmomentvector t.o.v. de plank.
- c) Reken het krachtmoment uit dat nodig is om de plank rond de voorgeschreven as te laten draaien. Teken ook deze vector in.
- d) Hoe groot moeten de krachten zijn in de twee lagers, om het benodigde krachtmoment te leveren? In welke richting staan deze krachten?
- e) Als de plank plotseling losschiet uit de lagers, voert deze dan vanaf dat moment een simpele draaiing uit rondom een van de hoofdassen? Beredeneer je antwoord.