

TOETS LINEAIRE ALGEBRA 1
donderdag 21 oktober 2004, 10.00-12.00

Bij elke vraag dient een berekening of motivering worden opgeschreven.

- 1a. Het vlak $V \subset \mathbf{R}^3$ gaat door de punten $(0, 1, 2)$, $(1, 1, -3)$ en $(-1, 0, 4)$. Bepaal zowel een parametervoorstelling als een vergelijking van V . (10pt)
- b. Bepaal in \mathbf{R}^3 de afstand tussen het punt P met coördinaten $(2, 2, 2)$ en de lijn k met parametervoorstelling $\mathbf{x} = \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $(\lambda \in \mathbf{R})$. (10pt)
- c. Bepaal een parametervoorstelling van een lijn ℓ in \mathbf{R}^3 die evenwijdig is aan het vlak $x_1 - x_3 = 0$ en de lijn m door de punten $(1, 0, 1)$ en $(0, 1, -1)$ loodrecht snijdt. (10pt)

2. Beschouw het volgende stelsel vergelijkingen:

$$\begin{array}{rccccrcr} x_1 & -x_2 & -x_3 & +2x_4 & = & 10 \\ x_1 & +2x_2 & -4x_3 & & = & 2 \\ x_1 & & -2x_3 & +x_4 & = & 6 \\ & x_2 & -x_3 & -2x_4 & = & -8. \end{array}$$

- a. Schrijf het stelsel in de vorm $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ met A een matrix en \mathbf{x}, \mathbf{b} vectoren. Bepaal de oplossing van het stelsel. (10pt)
 - b. Bepaal bases van de rij- en kolomruimte van A (motiveer je keuze!) en geef de rang van A . (8pt)
 - c. Is A inverteerbaar? (2pt)
3. Zij $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3, \mathbf{b}_4, \mathbf{b}_5, \mathbf{b}_6\}$ een basis van \mathbf{R}^6 . Ga na of het stelsel $\{\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3, \mathbf{b}_3 + \mathbf{b}_4, \mathbf{b}_4 + \mathbf{b}_5, \mathbf{b}_5 + \mathbf{b}_6, \mathbf{b}_6 + \mathbf{b}_1\}$ een basis van \mathbf{R}^6 is. (10pt)

4. Beschouw voor $a \in \mathbf{R}$ de matrices $A_a = \begin{pmatrix} a & 1 & -a \\ 1 & a & -1 \\ -2 & -2 & 2a \end{pmatrix}$.

- a. Bepaal voor alle $a \in \mathbf{R}$ de rang van A_a . (10pt)
 - b. Bereken de inverse van A_0 . (10pt)
5. A en B zijn twee 2×2 -matrices, beide ongelijk aan de nulmatrix O , zodanig dat $AB = O$. Laat zien dat zowel A als B niet-inverteerbaar is en geef een voorbeeld van zulke matrices A en B . (10pt)