Uitwerkingen hertentamen optica

27 mei 2002

Opgave 1

a) $a \sin\theta = m\lambda$ met $a = \frac{1}{5000}$ cm de afstand tussen twee lijnen, θ de gevraagde hoek, $m = 1$ het orde getal en $\lambda = 500$ nm de golflengte. Invullen geeft $\theta = 14.5° = 0.253$ rad.

b) $R = mN$ geeft het oplossend vermogen, waarbij $m = 1$ het ordegetal is en $N = 25000$ het aantal belichte lijnen. Dit geeft $R = 25000$.

c) Uit $D = \frac{\partial}{\partial\lambda}\theta$, en uit a) volgt dat $D = \frac{m}{a\cos\theta}$, met θ de in vraag a) gevonden hoek, levert op $D = 0.516$ rad/μm. Dit wil zeggen dat een golflengteverschil van 1 μm zich uit in een hoekverschil van 0.516 rad.

d) In een optisch dichter medium blijft de frequentie gelijk, maar wordt de golflengte kleiner volgens $\lambda' = \lambda/n_\mathrm{w} = 375.9$ nm. Als we deze golflengte gebruiken om de hoek uit te rekenen zoals in a), dan vinden we $\theta = 10.8° = 0.189$ rad.

e) In b) zagen we dat het oplossend vermogen alleen afhankelijk is van het ordegetal en het aantal belichte lijnen. Geen van deze verandert bij onderdompeling, dus het oplossend vermogen verandert niet.

Opgave 2

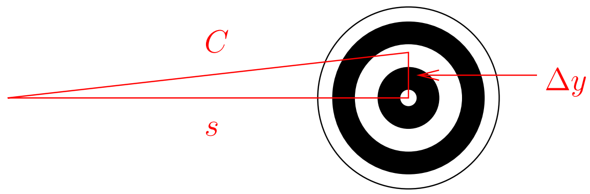
a) We gebruiken het Rayleigh's criterium $\Delta\theta = \frac{1.22\lambda}{D}$ waarbij $\Delta\theta \approx \frac{\Delta x}{20 \text{ km}}$ de openingshoek van het fijnste detail is met grootte Δx, $\lambda = 500$ nm de golflengte van het licht is en $D = 20$ cm de diameter van de lens is. Combineren en invullen geeft een $\Delta x = 6.1$ cm.

b) Om dit te vinden moeten we eerst de beeldafstand weten. Er zijn twee mogelijkheden om die te berekenen.

   1. **Mbv. geometrische optica (Vergroting)**
      We willen deze Δx precies passen op één pixel en vinden dus dat de vergroting $|M| = \frac{5\ \mu\text{m}}{\Delta x}$ moet zijn, dus ook geldt dat $|M| = \frac{s'}{s}$ waarbij s' de beeldafstand is en $s = 20$ km de voorwerpsafstand. Dit levert een beeldafstand van $s' = 1.64$ m op. De juistheid van deze methode is twijfelachtig aangezien er geen aanwijzing is dat geometrische optica hier een goede benadering is.
   2. **Mbv. diffractie (Rayleigh's criterium)**
      Nu is $\Delta\theta = 5\ \mu\text{m}/s'$, zodat invullen geeft $s' = 1.64$ m. Deze methode is beter, aangezien we hier rekening houden met diffractie. Het antwoord is echter hetzelfde als de geometrische variant en we zien dus dat die benadering toch goed was.

Aangezien $s \gg s'$ mogen we aannemen dat $s \approx \infty$ en dus $f \approx s'$. Invullen in de lenzenformule geeft hetzelfde antwoord.

Opgave 3



a) Zie figuur. Wit is hoge intensiteit, zwart is lage intensiteit.

b) Als de golflengte groter wordt, is er een groter weglengteverschil nodig om dezelfde constructieve en destructieve interferentieringen te veroorzaken. Dus de afstand tussen de ringen geschetst in a) zal groter worden.

c) Eerste orde maximum heeft t.o.v. het nulde orde maximum een weglengte verschil van precies λ, dus $C = s + \lambda$. In combinatie met de stelling van Pythagoras resulteert dat in

$$\begin{aligned} s^2 + (\Delta y)^2 &= s^2 + 2\lambda s + \lambda^2 \\ (\Delta y)^2 &\approx 2\lambda s \\ \Delta y &\approx \sqrt{2\lambda s} \end{aligned}$$

De term λ^2 mag verwaarloosd worden omdat die klein is.

d) Door het grote golflengteverschil zal er geen interferentiepatroon waarneembaar zijn.

Opgave 4

a) Reflectie aan de voorkant geeft een π fasesprong, aan de achterkant echter niet. Dus $2n_s t = \lambda$ met $t = 200$ nm de minimale dikte van het plaatje.

b) Dit is een veelvoud van de minimale dikte, dus zal hetzelfde effect opleveren.

c) $|n_s - n_t|t = \frac{\lambda}{4}$. Dit levert een verschil op van 0.0015.

d) Hetzelfde als de ingangstoestand, omdat het licht langs een as binnen valt, dus lineair langs de snelle as.

e) Circulair gepolariseerd.

f) De reflectie vindt plaats aan het interface van het plaatje en het omringende medium. Dus de polarisatie vlak voor de reflectie is circulair. Vervolgens gaat het wederom door het plaatje, maar nu achterwaarts, dus zal het licht weer lineair (maar langs de trage as) het plaatje uitkomen aan de voorkant.

g) Het plaatje is niet meer anti-reflex omdat de twee velden die voorheen voor antireflectie zorgden door interferentie, nu loodrecht op elkaar staan en dus niet meer interfereren.

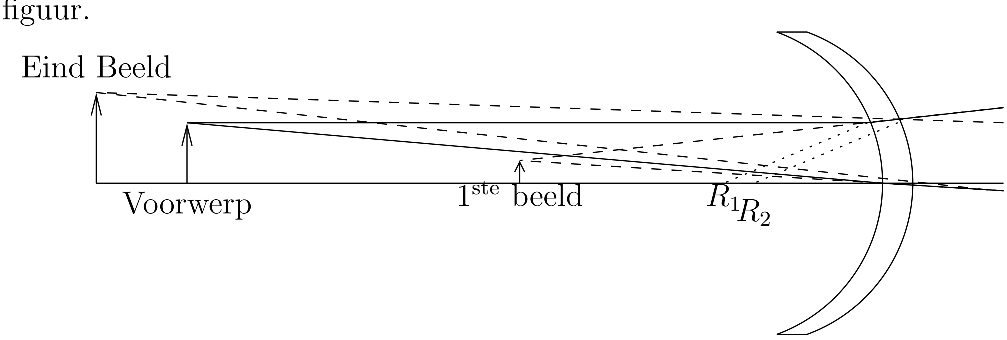
Opgave 5

a) We gebruiken de formule voor breking aan een bol oppervlak:

$$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R},$$

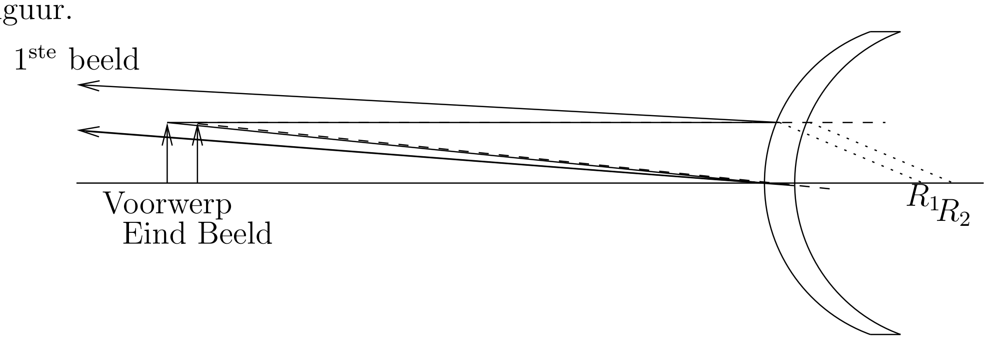
waarbij het voorwerp zich in het materiaal met brekingsindex n_1 bevindt, een afstand s van het oppervlak af, en het beeld zich in het materiaal met brekingsindex n_2 bevindt, met een afstand s' van het oppervlak af. R is de kromtestraal van het oppervlak en is negatief als de holle zijde naar het voorwerp toe staat. Dus voor het eerste oppervlak geldt: $s = 100$ cm, $R = -50$ cm, $n_1 = 1$, $n_2 = 1.47648$, dus $s' = -75.6$ cm. Het beeld is dus virtueel en bevindt zich aan dezelfde kant van het oppervlak als het voorwerp. Dit beeld dient als voorwerp voor het tweede oppervlak: $s = 77.6$ cm, $R = -50$ cm, $n_1 = 1.47648$, $n_2 = 1$, dus $s' = -105.26$ cm. Dit betekent dat het beeld 3.26 cm van het voorwerp af staat, verder van de lens af.

b) Zie figuur.



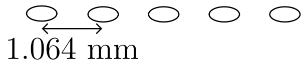
c) We doen hetzelfde als bij a), met $R = +50$ cm. De beeldafstand tgv. het eerste oppervlak levert $s' = -3138.8$ cm op, wederom een virtueel beeld. Dit wordt als reëel voorwerp gebruikt voor het tweede oppervlak met $s = 3140.8$ cm en levert het eindbeeld op met $s' = -100.003$ cm. Dit beeld staat dus tussen het voorwerp en de lens, 2.003 cm van het voorwerp af.

d) Zie figuur.



Opgave 6

a) Voor de schets, zie figuur, waarin de maxima zijn aangegeven met ellipsen. De afstand tussen de maxima wordt gegeven door $\Delta y = \lambda s / a_1$ waarbij $s = 2$ m de afstand tot het scherm is, $a_1 = 1.0$ mm en $\lambda = 532$ nm de golflengte van het licht, geeft $\Delta y = 1.064$ mm.



b) De spleetafstand is $2\times$ zo klein als voorheen, dus Δy is nu $2\times$ zo groot. Dus $\Delta y = 2.128$ mm.

c) Blijkbaar is de transversale coherentie van de lichtbron kleiner dan a_1, maar ongeveer gelijk aan of groter dan a_2.