

# Toets Optica, 1 december 2015

## 1. Massieve bol als lens

Een massieve glazen bol kan een invallende evenwijdige lichtbundel focuseren in een punt achter de bol als de brekingsindex  $n$  van het glas kleiner is dan 2. Wij hebben deze eigenschap van een bollens op het werkcollege bewezen door in eerste instantie enkel de lenswerking van het eerste gekromde oppervlak (van lucht naar glas) te beschouwen, alsof het tweede gekromde oppervlak niet bestaat, en gebruikte hiervoor de paraxiale afbeeldingsformule in de gebruikelijke notatie:

$$\frac{n_1}{s_1} + \frac{n_2}{s_2} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

- (a) Laat zien dat de brandspuntsafstand in een uniform glazen medium door breking aan één gekromd oppervlak met een kromtestraal  $R$  gelijk is aan:  $f_{glas} = Rn/(n - 1)$ . (2 punten)
- (b) Teken de stralengang door de echte bollens met  $n < 2$ . (1 punt)
- (c) Om de brandspuntsafstand van deze bollens te berekenen moeten we ook de breking aan het tweede oppervlak meenemen in onze analyse. Dit hebben we niet op het werkcollege gedaan, maar doen we nu wel. Bereken de positie van het focus in de lucht door de bovenstaande formule nogmaals toe te passen en geef in de tekening die je bij (b) hebt gemaakt duidelijk aan welke afstand je nu hebt uitgerekend. *Hint: Let hierbij goed op de tekens van de verschillende grootheden en je keuze van de brekingsindices.* (2 punten)

## 2. Gedempte harmonische oscillatie

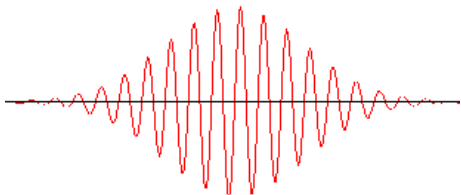
De beweging van een gedempte harmonische oscillatie wordt beschreven door de bewegingsvergelijking

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

- (a) Laat zien dat de algemene oplossing voor het geval van zwakke demping ( $\gamma \ll \omega_0$ ) gelijk is aan  $x(t) = A \exp(-\gamma t) \cos(\omega_d t - \phi)$ , waarbij de amplitude  $A$  en de fase  $\phi$  afhangen van de begincondities, en bepaal  $\omega_d$ . (3 punten)
- (b) De relatieve sterkte/zwakte van de demping wordt beschreven door de kwaliteitsfactor  $Q \equiv \omega_d/2\gamma$ . Laat zien dat het aantal oscillaties dat het systeem uitvoert totdat de totale energie met een factor  $e$  is afgenomen gelijk is aan  $Q/2\pi$ . (1 punt)

### 3. Beweging van een golfpakket

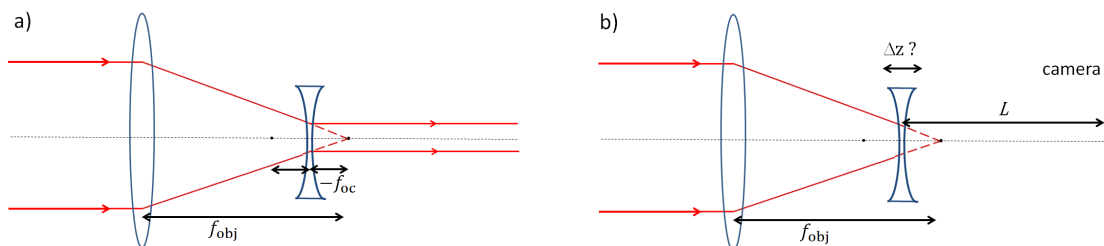
De Fourier analyse vertelt ons dat elk golfpakket is opgebouwd uit een serie harmonische golven van de vorm  $\psi(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$ . De onderstaande figuur toont zo'n golfpakket voor een serie golven met een beperkte frequentiespreiding rond de gemiddelde frequentie  $\omega_0$ . De beweging van zo'n golfpakket wordt bij benadering beschreven door twee snelheden: de fasesnelheid  $v_{fase}$  en de groepsnelheid  $v_{groep}$ .



- Leg in woorden uit hoe de fasesnelheid en groepsnelheid zichtbaar zijn in de beweging van het golfpakket. (1 punt)
- Geef ook de bijbehorende formules voor  $v_{fase}$  en  $v_{groep}$  in termen van  $\omega$  en  $k$ . (1 punt)

### 4. Galileo telescoop & afbeelding op camera

Een Galileo telescoop (of piratenkijker) combineert één zwakke positieve (objectief) lens met en één sterkere negatieve (oculair) lens, waarvan het achterste focus samenvalt met het focus van het objectief. De linker tekening toont de stralengang voor een inkomende bundel bij normaal gebruik (= met ongeaccomodeerde ogen kijken naar een ver-verwijderd voorwerp) voor een inkomende bundel evenwijdig aan de optische as. De brandpuntsafstanden van beide lenzen,  $f_{obj} > 0$  en  $f_{oc} < 0$ , zijn aangegeven met twee pijlen, de foci van de oculairlens zijn aangegeven met twee punten.



- Teken ook de stralengang van een inkomende bundel die een kleine hoek maakt ten opzichte van de optische as. (2 punten)
- In de rest van de opgave beschouwen we de situatie waarin we met deze telescoop een afbeelding maken op een camera die zich op een afstand van  $L$  achter het oculair bevindt (zie rechter figuur). In welke richting moeten we de negatieve oculair lens verschuiven om deze nieuwe situatie te bereiken? Beredeneer je antwoord. (1 punt)
- Over welke afstand  $\Delta z$  moeten we de negatieve oculair lens verschuiven om de gevraagde afbeelding te maken? Geef je oplossing in termen van de afstand  $L$  en de brandpuntsafstand  $f_{oc} < 0$  van het oculair. (1 punt)
- Beschouw tot slot weer het geval van inkomende stralen die een hoek  $\Delta\theta$  met de optische as maken. Deze stralen worden op een andere plek op de camera afgebeeld dan stralen die evenwijdig aan de optische as lopen. Het verband tussen de hoek  $\Delta\theta$  en de verplaatsing  $\Delta x$  op de camera definiëert de effectieve brandpuntsafstand van de telescoop volgens de relatie  $\Delta x = f_{eff} \Delta\theta$ . Laat zien dat  $f_{eff} = -f_{obj} (1 + L/|f_{oc}|)$ . (2 punten)