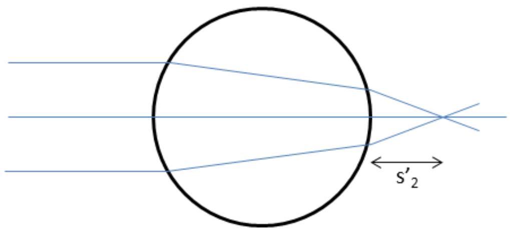
Uitwerking: Toets Optica, 1 december 2015

1. **Massieve bol als lens**



   (a) De brandpuntsafstand in een uniform glazen medium door breking aan één gekromd oppervlak met een kromtestraal R volgt door invullen van $n_1 = 1$; $n_2 = n$; $s_1 = \infty$; $R = R$ in de paraxiale afbeeldingsformule:
$$\frac{n_1}{s_1} + \frac{n_2}{s_2} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$
Invullen geeft $s_2 = Rn/(n-1) = f_{glas}$. *(2 punten)*

   (b) De stralengang door de echte bollens met $n < 2$ is zoals hierboven getekend. *(1 punt)*

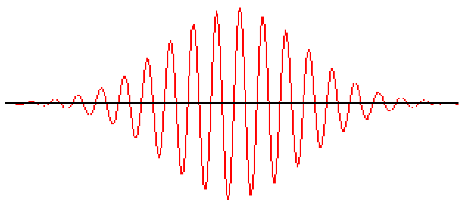
   (c) Voor $n < 2$ ligt het focus van een invallende evenwijdige bundel achter het tweede oppervlak van de bollens en fungeert daarmee als een virtueel voorwerp op een afstand $s'_1 = -(s_2 - 2R) = R(n-2)/(n-1)$. We passen weer de paraxiale afbeeldingsformule
$$\frac{n'_1}{s'_1} + \frac{n'_2}{s'_2} = \frac{n'_2 - n'_1}{R'}$$
maar plaatsen nu accentjes voor het tweede oppervlak en vullen verder in $n'_1 = n$; $n'_2 = 1$; $R' = -R$. Uitwerken geeft $s'_2 = R(2-n)/[2(n-1)]$ voor de positie van het brandpunt ten opzichte van de achterkant van de bollens *(2 punten)*

2. **Gedempte harmonische oscillatie**
$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

   (a) De algemene oplossing voor het geval van zwakke demping ($\gamma \ll \omega_0$) vinden we door invulllen van de testoplossing $x(t) = \mathrm{Re}[\tilde{A}\exp(-i\omega t)]$ met complexe amplitudo $\tilde{A}$. De nader te bepalen (complexe) ω vinden we na invullen uit de vergelijking $(-\omega^2 - 2i\gamma\omega + \omega_0^2)A\exp(-i\omega t) = 0$, met als oplossing $\omega = -i\gamma \pm \omega_d$ met $\omega_d \equiv \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$. Omdat de variabele $\tilde{A} = A.\exp(i\phi)$ complex is, is de algemene oplossing $x(t) = \mathrm{Re}[\tilde{A}\exp(-i\omega t)] = A\,\exp(-\gamma t)\,\cos(\omega_d t - \phi)$ *(3 punten)*

   (b) De totale energie van de gedempte harmonische oscillatie neemt af als $|x(t)|^2 \propto \exp(-2\gamma t)$ en is dus met een factor e afgenomen na een tijdsduur $\Delta t = 1/(2\gamma)$. Het aantal oscillaties dat in deze tijd wordt uitgevoerd is gelijk aan $(\omega_d/2\pi)\Delta t = \omega_d/(4\pi\gamma) = Q/2\pi$ met $Q = \omega_d/2\gamma$. *(1 punt)*

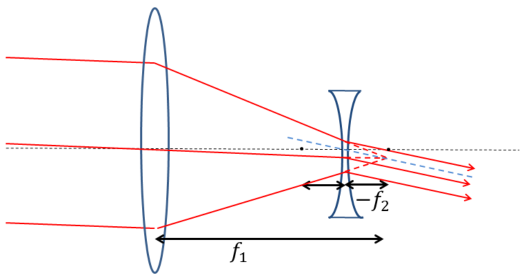
3. **Beweging van een golfpakket**



(a) De oscillaties in het golfpakket bewegen met de fasesnelheid;
De omhullende van het golfpakket beweegt met de groepssnelheid. *(1 punt)*

(b) De bijgehorende formules zijn $v_{fase} = \omega/k$ en $v_{groep} = d\omega/dk$. *(1 punt)*

4. **Galileo telescoop & afbeelding op camera**



(a) De stralengang door een Galileo telescoop van een inkomende bundel die een kleine hoek maakt ten opzichte van de optische as is zoals hierboven geschetst. De getekende breking aan de tweede (=negatieve) lens is gebaseerd op de straal door het centrum van de lens (getekend in lichtblauw), die rechtdoor moet gaan. *(2 punten)*

(b) We moeten de negatieve oculair lens richting *van het objectief weg schuiven* om een reële afbeelding te krijgen, want de breking aan deze lens wordt minder als we hem dichter bij het focus van het objectief plaatsen, met als limietgeval géén breking als het oculair in het focus van de objectieflens staat. *(1 punt)*

(c) De afstand Δz volgt uit de afbeeldingsformule $1/s + 1/s' = 1/f$. Na invullen van $s' = L$ en $f = f_{oc} < 0$ volgt $s = fL/(L - f) = -|f_{oc}|/(1 + |f_{oc}|/L) < 0$ en de gevraagde verplaatsing $\Delta z = |f_{oc}| - |s| = |f_{oc}|/(1 + L/|f_{oc}|)$. *(1 punt)*

(d) Zonder oculair zou de relatie tussen de verplaatsing Δx en de hoekverandering $\Delta\theta$ gelijk zijn aan $\Delta x = -f_{obj}\Delta\theta$. Met oculair wordt deze relatie $\Delta x = f_{eff}\theta$ met $f_{eff} = -M.f_{obj}$ en beeldvergroting $M = L/|s|$. Invullen van $|s| = |f_{oc}|/(1 + |f_{oc}|/L)$, als antwoord uit onderdeel (c), geeft $M = 1+L/|f_{oc}|$ en het gevraagde eindantwoord $f_{eff} = -f_{obj}\,(1+L/|f_{oc}|)$. *(2 punten)*