TENTAMEN STATISTISCHE FYSICA 1 19 december 2014
(College Dr. P.J.H. Denteneer, najaar 2014) 14:00 - 17:00 uur

Schrijf op elk vel dat je inlevert NAAM, VOORLETTERS en STUDENTNUMMER.
Het tentamen bestaat uit 3 opgaven. Lees de opgaven zorgvuldig!
Begin de uitwerking van elke opgave op een nieuwe pagina.
Met elk onderdeel is 2 punten te verdienen, behalve onderdelen **2(b)** en **3(b)** waarmee 4 punten verdiend kunnen worden.
Bedenk dat gedeeltelijk correcte antwoorden ook punten op kunnen leveren.

1) Geef kort en bondig antwoord op de volgende vragen of opdrachten (er wordt in deze opgave niet om uitgebreide argumentaties of berekeningen gevraagd):

   (a) Hoe hangt de breedte (of: standaarddeviatie) van de Maxwell-snelheidsverdeling af van de absolute temperatuur T?

   (b) Hoe is de temperatuur gedefinieerd in de statistische fysica?

   (c) Wat is het verband tussen de Helmholtz vrije energie en de kanonieke toestandssom? Benoem de symbolen en letters die je gebruikt.

   (d) Beargumenteer aan de hand van de entropie dat rubber de omgeving opwarmt wanneer het wordt uitgerekt vanuit de evenwichtstoestand.

   (e) Teken een grafiek van de magnetisatie M als functie van temperatuur T voor een systeem van wisselwerkende magnetische momenten.

2) We beschouwen een eenvoudig model voor een oppervlak in contact met een gas van moleculen bij temperatuur T. Het oppervlak is opgedeeld in N hokjes die elk onafhankelijk van elkaar 0, 1 of 2 moleculen kunnen bevatten. Bijzonder is dat elk molecuul kan voorkomen in twee meetbaar-verschillende toestanden. Elk molecuul draagt een (positieve) energie ε met zich mee die onafhankelijk is van de toestand van het molecuul.

   (a) Wat is voor één hokje de ontaarding van de toestand met energie ε?

   (b) Geef de partitiefunctie (of: kanonieke toestandssom) Z_1 van één hokje.

   (c) Bereken de gemiddelde energie van het gehele oppervlak als functie van T.

   (d) Geef een formule voor de kans dat een willekeurig gekozen hokje bij temperatuur T gevuld is met één molecuul.

   (e) Bereken $\langle n \rangle$, de gemiddelde vulling van een hokje bij temperatuur T.

   (f) Bepaal $\langle n \rangle$ (zie (e)) voor de twee limietgevallen $T \downarrow 0$ en $T \to \infty$. Geef een (statistisch-)fysische verklaring voor deze resultaten.

   (g) Beschrijf zonder expliciete berekening, maar met argumenten, kwalitatief het verloop van de soortelijke warmte C_V van dit oppervlak als functie van temperatuur T.

Z.O.Z.

3) We beschouwen N vrije Ising spins, in eerste instantie zonder extern magneetveld. De magnetisatie M wordt gegeven door $M = \mu\,(N_+ - N_-)$, waarin μ de grootte is van het magnetisch moment van een spin en N_+ en N_- de aantallen spins zijn met magnetisch moment gericht in de positieve (+) en negatieve (-) z-richting, respectievelijk. Neem aan dat N een macroscopisch groot aantal is.

(a) Bereken de entropie S (in goede benadering) indien gegeven is dat $M = 0$. Maak gebruik van Stirling's benadering (in zijn eenvoudigste vorm).

(b) De uitdrukking voor $S(M)$ voor algemene waarden van M in termen van $x = \frac{M}{N\mu}$ is van de vorm:

$$S(M) = S(0) - \alpha N k_{\mathrm{B}}\,[(1+x)\ln(1+x) + (1-x)\ln(1-x)]$$

Geef de afleiding van deze uitdrukking en vind de waarde van α.

(c) Bereken voor kleine waarden van x de eerste/grootste correctie op $S(M = 0)$.

(d) Met hoeveel configuraties komt het antwoord bij (a) overeen? Bediscussieer dit resultaat met je kennis van de principes van de statistische fysica en betrek in je discussie het (kwalitatieve) resultaat van (b) of (c).

(e) We brengen de spins nu in een magneetveld ter grootte B in de z-richting. Bereken $M(T, B)$, met T de absolute temperatuur.
Hint: Maak gebruik van de volgende thermodynamische wet voor magnetische systemen met vast aantal deeltjes: $dE = T\,dS + B\,dM$, *met* E *de totale energie. Bereken hiermee eerst* $B(T, x)$.

(f) Geef op grond van het voorafgaande een uitdrukking voor de vrije energie F van N vrije spins in het magneetveld gegeven in (e) <u>voor kleine waarden van x</u>. Welke waarde in evenwicht voor M volgt hier uit?