

Tentamen Speciale Relativiteitstheorie

3 november 2003

Opgave 1.

In deze opgave bekijken we het Doppler-effect voor een signaal dat niet met de lichtsnelheid beweegt (bijvoorbeeld geluid). Een waarnemer verlaat met een snelheid u de oorsprong van een stelsel S op het tijdstip $t = 0$. De positie van de waarnemer kiezen we als de oorsprong van een stelsel S' . Vanuit de oorsprong van S wordt op het tijdstip T een signaal uitgezonden dat met de snelheid v beweegt. De signaalsnelheid v is groter dan u , zodat het signaal de waarnemer inhaalt, maar kan kleiner zijn dan de lichtsnelheid c . Het tijdstip waarop het signaal de waarnemer bereikt (gezien vanuit S) noemen we t_2 . Zijn positie noemen we dan x_2 . Op dat moment hebben waarnemer en signaal dus dezelfde afstand vanaf de oorsprong van S afgelegd.

- Laat zien dat de waarden van t_2 en x_2 worden bepaald door de gelijkheid $x_2 = ut_2 = v(t_2 - T)$. Druk de tijd t_2 en de plaats x_2 uit in de gegevens (u , v en T).
- Bepaal het tijdstip t'_2 waarop het signaal de waarnemer bereikt, gezien vanuit zijn stelsel S' , en geef een uitdrukking voor de factor $K = t'_2/T$.

Als vanuit de oorsprong van S signalen worden verzonden met vaste tussenpozen ΔT , dan worden deze signalen waargenomen met tussenpozen $\Delta t' = K\Delta T$. De factor K is dus de Dopplerfactor voor een serie signalen met snelheid v .

- Laat zien dat K gelijk wordt aan de bekende Dopplerfactor $k = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$ voor licht als we voor de signaalsnelheid v de lichtsnelheid c nemen.

Opgave 2.

In deze opgave wordt de weg van een tennisbal in een ruimteschip gevolgd vanuit de Aarde. Een ruimteschip reist met snelheid u ten opzichte van de Aarde. Het meebewegende stelsel noemen we S' , het stelsel van de Aarde is S . Zoals gewoonlijk kiezen we de oorsprong O' van S' samenvallend met de

oorsprong O van S als in beide stelsels de tijd 0 is. Twee tennissers A en B op het ruimteschip bevinden zich op de vaste posities $x'_A = 0$ en $x'_B = L$. Op het tijdstip $t' = T$ slaat A een bal naar B met snelheid v_0 (ten opzichte van S'). Dit is gebeurtenis 1. De bal wordt teruggeslagen door B (gebeurtenis 2), keert terug met snelheid $-v_0$ en bereikt tenslotte A (gebeurtenis 3). De tijden in S' van deze gebeurtenissen noemen we t'_1 , t'_2 en t'_3 , de plaatsen x'_1 , x'_2 en x'_3 .

- Beargumenteer dat $t'_1 = T$, $t'_2 = T + L/v_0$ en $t'_3 = T + 2L/v_0$, en dat $x'_1 = x'_3 = 0$, en $x'_2 = L$.
- Bepaal de posities en de tijdstippen van de drie gebeurtenissen gezien vanuit de Aarde.
- Bepaal de duur van de heenreis en van de terugreis van de bal gezien vanuit de Aarde. Welke van de twee reisduren is het langst? Geef een uitdrukking voor het verschil.
- Bepaal de totale reisduur van de bal (heen- en terugreis samen), zowel gezien vanuit S als vanuit S' .
- Bepaal de afstand van de heenreis en van de terugreis van de bal gezien vanuit de Aarde.
- Bepaal de snelheid van de bal op de heenreis en op de terugreis, beide gezien vanuit de Aarde.

Opgave 3.

Een deeltje met massa M_0 bevindt zich aanvankelijk in rust. Op zeker tijdstip vervalt het door uitzending van een lichtflits (foton) met energie E , dat wordt uitgezonden in de negatieve x -richting, waarbij een deeltje met (andere) massa overblijft.

- Gebruik behoud van impuls en energie, en vind daaruit een uitdrukking voor de impuls p_1 en de energie E_1 van het deeltje na verval.
- Bepaal daaruit tevens de massa M_1 van het deeltje na verval.
- Deze overgebleven massa M_1 moet positief zijn. Leid daaruit de maximale waarde af van de energie E van de uitgezonden flits.
- Bepaal tenslotte de snelheid v_1 van het deeltje na verval.