

Tentamen Speciale Relativiteitstheorie

7 november 2005

Opgave 1.

Een elementair deeltje met massa m ontstaat op zeker moment uit kosmische straling in de atmosfeer. Het deeltje krijgt daarbij een snelheid u . Het deeltje heeft een levensduur T_0 , waarna het verval. Deze levensduur betreft de eigen tijd van het deeltje. We willen bepalen hoe lang het deeltje leeft, en welke afstand het aflegt gedurende zijn leven, gezien vanuit de Aarde. Het stelsel in rust ten opzichte van de Aarde nemen we als S , het stelsel dat meereist met het deeltje noemen we S' . De plaats waar het deeltje ontstaat nemen we als de gemeenschappelijke oorsprong.

- Beargumenteer dat de gebeurtenis van verval in het stelsel S' wordt beschreven door de plaats $x' = 0$, en de tijd $t' = T_0$.
- Bepaal de afstand die het deeltje gedurende zijn leven heeft afgelegd, dus de positie in S op het moment van verval.
- Bepaal de levensduur van het deeltje gezien vanuit het stelsel S van de Aarde. Leeft het deeltje in het stelsel van de Aarde langer of korter dan T_0 ?
- Als de afgelegde afstand gelijk is aan cT_0 , hoe groot was dan de snelheid u van het deeltje?
- Geef ook een uitdrukking voor de impuls van het deeltje in dit speciale geval.

Opgave 2.

Een ruimtereiziger A vertrekt op het tijdstip $t = 0$ met snelheid u vanaf de Aarde, waarbij $u < c/2$. Op het tijdstip $t = T$ vertrekt een andere reiziger B met de dubbele snelheid $v = 2u$ vanaf de Aarde in dezelfde richting. Het stelsel van de Aarde is het stelsel S , het stelsel van reiziger A noemen we S' . Het vertrek van B van de Aarde is gebeurtenis 1, en de gebeurtenis dat A door B wordt ingehaald noemen we gebeurtenis 2. Op het moment van gebeurtenis 2 hebben ze dus beiden dezelfde afstand gereisd.

- a. Toon aan dat de tijd t_2 (in S) van gebeurtenis 2 wordt bepaald door de vergelijking $ut_2 = 2u(t_2 - T)$.
- b. Bepaal de tijd t_2 en de plaats x_2 van gebeurtenis 2, gezien vanuit S .
- c. Geef de plaats x'_2 en de tijd t'_2 van de gebeurtenis 2, gezien vanuit S' .
- d. Vind daaruit de verlopen eigentijd van reiziger A tussen zijn vertrek en de ontmoeting met B .
- e. Geef de snelheid v' van reiziger B tussen de gebeurtenissen 1 en 2, gezien vanuit het stelsel S' . Is deze snelheid groter of kleiner dan u ?
- f. Beargumenteer nu zonder verdere berekening of de verlopen eigentijd van reiziger B langer of korter is dan die van A . U hoeft dus geen uitdrukking te geven voor die eigentijd.

[Aanwijzing: bekijk de baan van B vanuit het stelsel S' .]

Opgave 3

Een ruimteschip met massa M_1 bevindt zich aanvankelijk in rust. Om het schip te versnellen wordt er een lichtflits met energie E_1 op afgevuurd, die door het schip geheel wordt geabsorbeerd. Daardoor krijgt het schip een snelheid, en verandert zijn massa.

- a. Geef de totale energie en impuls van het systeem van flits en schip voorafgaand aan de absorptie.
- b. Geef de snelheid u waarmee het ruststelsel van dit systeem beweegt.
- c. Geef de energie van het systeem in het ruststelsel
- d. Bepaal de snelheid van het ruimteschip na de absorptie.
- e. Bepaal de massa M_2 van het schip na de absorptie.