

## Tentamen Speciale Relativiteitstheorie

13 december 2007

### Opgave 1.

Een ruimteschip met lengte  $L$  reist met snelheid  $u$  ten opzichte van de Aarde. Het meebewegende stelsel noemen we  $S'$ , het stelsel van de Aarde is  $S$ . Voor het gemak kiezen we de oorsprong  $O'$  van  $S'$  in het midden van het schip. Vanuit dit punt  $O'$  worden op een zeker tijdstip  $t' = 0$  twee kogels afgevuurd, met tegengestelde snelheden  $w$ , en  $-w$ , beide ten opzichte van  $S'$ . Het afschieten van de kogels is gebeurtenis 1, de aankomst van de ene kogel voorin het schip (op  $x' = L/2$ ) is gebeurtenis 2, en de aankomst van de andere kogel aan de achterkant (op  $x' = -L/2$ ) is gebeurtenis 3.

- Geef de tijdstippen van de drie gebeurtenissen, alle in het stelsel van het ruimteschip (stelsel  $S'$ ).
- Bepaal de tijdstippen van de drie gebeurtenissen gezien vanuit de Aarde (stelsel  $S$ ).
- Geef de vluchttijd van beide kogels, gezien vanuit de Aarde. Welke van de twee kogels is het langst onderweg geweest?

De niet-relativistische uitdrukking voor de beide vluchttijden is uiteraard  $L/(2w)$ . We kijken nu naar het speciale geval dat  $w = u$ .

- Bereken in dit speciale geval elk van de beide vluchttijden, en geef voor beide aan of die groter of kleiner is dan de niet-relativistische vluchttijd.

### Opgave 2.

Een ruimtereiziger  $P$  vertrekt op het begintijdstip  $t = 0$  met snelheid  $u$  naar een planeet op vaste afstand  $L$  van de Aarde. Een andere reiziger  $Q$  vertrekt tegelijkertijd, maar reist met de dubbele snelheid  $2u$  vooruit. Na aankomst van  $Q$  op de planeet wacht hij de komst van  $P$  af. Het stelsel van de Aarde (met de aarde in de oorsprong) noemen we  $S$ . (De planeet staat dus ook stil in  $S$ .) Het ruststelsel van reiziger  $P$  geven we aan als  $S'$ .

- Geef de aankomsttijd van  $Q$  en van  $P$  gezien vanuit het stelsel  $S$ .

- b. Bepaal de reistijd van  $P$  in zijn eigen stelsel  $S'$ .
- c. Geef de plaats en de tijd van de aankomst van  $Q$  gezien vanuit  $S'$ .
- d. Geef de snelheid waarmee  $Q$  heeft gereisd, gezien vanuit  $S'$ .
- e. Bepaal de verlopen eigentijd van  $Q$  tussen zijn vertrek en zijn aankomst, en tevens zijn verlopen eigentijd gedurende het wachten op de aankomst van  $P$ .
- f. Wie van de twee is het meeste verouderd als ze elkaar weer ontmoeten, dus bij de aankomst van  $P$ ? (Er is geen berekening nodig om deze vraag te beantwoorden.)

**Opgave 3.**

Een stilstaand deeltje met massa  $M$  valt uiteen in twee gelijke deeltjes, elk met massa  $m$ , die in tegengestelde richting worden uitgezonden.

- a. Gebruik behoud van impuls om aan te tonen dat de uitgezonden deeltjes een tegengestelde snelheid hebben. We noemen deze nog te bepalen snelheden  $v$  en  $-v$ .
- b. Gebruik behoud van energie om de snelheid  $v$  te bepalen (uitgedrukt in de gegevens  $M$  en  $m$ ).
- c. Welke waarde kan de massa  $m$  van de uitgezonden deeltjes maximaal hebben?
- d. Bereken de impuls van de beide uitgezonden deeltjes (uitgedrukt in  $M$  en  $m$ ).