

Tentamen Speciale Relativiteitstheorie

5 november 2007

Opgave 1.

Een elementair deeltje met massa m ontstaat op zeker moment uit kosmische straling in de atmosfeer. Het deeltje krijgt daarbij een snelheid u . Het deeltje heeft een levensduur T_0 , waarna het verval. Deze levensduur betreft de eigen tijd van het deeltje. We willen bepalen hoe lang het deeltje leeft, en welke afstand het aflegt gedurende zijn leven, gezien vanuit de Aarde. Het stelsel in rust ten opzichte van de Aarde nemen we als S , het stelsel dat meereist met het deeltje noemen we S' . De plaats waar het deeltje ontstaat nemen we als de gemeenschappelijke oorsprong.

- Beargumenteer dat de gebeurtenis van verval in het stelsel S' wordt beschreven door de plaats $x' = 0$, en de tijd $t' = T_0$.
- Bepaal de afstand die het deeltje gedurende zijn leven heeft afgelegd, dus de positie in S op het moment van verval.
- Bepaal de levensduur van het deeltje gezien vanuit het stelsel S van de Aarde. Leeft het deeltje in het stelsel van de Aarde langer of korter dan T_0 ?
- Als de afgelegde afstand gelijk is aan cT_0 , hoe groot was dan de snelheid u van het deeltje?
- Geef ook een uitdrukking voor de impuls van het deeltje in dit speciale geval, gezien vanuit S .

Opgave 2.

De Aarde bevindt zich in de oorsprong O van een inertiaalstelsel S . Een planeet bevindt zich op vaste afstand L van de Aarde. Op het tijdstip $t = 0$ (in S) vertrekt een reiziger P van de Aarde in de richting van de planeet, met snelheid u . Het stelsel van P noemen we S' . Op hetzelfde (aardse) tijdstip vertrekt een andere reiziger Q van de planeet terug naar de Aarde, met de tegengestelde snelheid $-u$. Het vertrek van Q is gebeurtenis 1. De gebeurtenis dat beide reizigers elkaar ontmoeten noemen we 2.

- a. Laat zien dat de banen van beide reizigers in S gegeven zijn door $x_P = ut$, en $x_Q = L - ut$.
- b. Geef de plaats (x_1 en x_2) en de tijd (t_1 en t_2) in S van de gebeurtenissen 1 en 2.
- c. Hoe lang heeft Q gereisd tussen vertrek en ontmoeting, gezien vanuit S' ?
- d. Welke afstand heeft Q afgelegd tussen vertrek en ontmoeting, gezien vanuit S' ?
- e. Met welke snelheid reisde Q , gezien vanuit S' ?
- f. Hoe lang heeft de reis van P in zijn eigen tijd geduurd tussen vertrek en ontmoeting?
- g. Hoe lang heeft de reis van Q in zijn eigen tijd geduurd? [Het is niet nodig om een transformatie uit te voeren naar het ruststelsel van Q . Gebruik liever een symmetrie-argument.]

Opgave 3.

Een systeem bestaat uit een stilstaand deeltje met massa M_0 en een lichtflits met energie E_1 die in de positieve x -richting loopt.

- a. Geef de energie E en de impuls P van het systeem (in termen van M_0 and E_1).
- b. Geef de snelheid van het ruststelsel van dit systeem.

De lichtflits wordt vervolgens geabsorbeerd door het deeltje.

- c. Bepaal de massa van het deeltje na de absorptie.
- d. Bepaal de snelheid van het deeltje na de absorptie (gezien vanuit het stelsel waarin het deeltje aanvankelijk stilstond).

Vervolgens wordt opnieuw een lichtflits in de positieve richting met dezelfde energie E_1 geabsorbeerd.

- e. Geef de massa en snelheid van het deeltje na deze tweede absorptie. Is het resultaat hetzelfde als na absorptie van één flits met de dubbele energie $2E_1$?