

Hertentamen Statistische en Thermische Fysica I
Maandag 17 augustus 2009
Duur: 3 uur

Vermeld op elk blad duidelijk je **naam, studierichting**, en evt. **collegekaartnummer!** (TIP: lees eerst alle vragen rustig door, begin met de vraag die je het makkelijkst vindt, besteed niet teveel tijd aan één vraag)

Uitslag: over ca. 3 weken bij studentenadministratie en op de STF1-webpagina. Als je bezwaar hebt tegen vermelding van je uitslag op de webpagina, geef dit dan duidelijk aan op het eerste blad.

OPGAVE 1: Weetjes

Geef beknopt (maximaal 4 regels tekst per onderdeel) antwoord op de volgende vragen. Benoem daarbij telkens alle grootheden die je gebruikt.

- a) Als twee macrotoestanden elk met evenveel microtoestanden geassocieerd zijn, wat bepaalt dan welk van de macrotoestanden het meest waarschijnlijk is?
- b) Schrijf de exponentiële hoogteverdeling op van de dichtheid van een gas (alle moleculen met dezelfde massa m) in een zwaartekrachtsveld. Leg kort uit (geen volledige wiskundige afleiding!) waarom deze verdeling exponentieel is.
- c) Wat wordt bedoeld met de uitdrukking 'thermodynamische limiet'?
- d) Wat is het verschil tussen het uniforme ensemble en het microcanonieke ensemble (geen formules!) en waarom is dit verschil in de thermodynamische limiet van verwaarloosbaar belang?
- e) Wat is de bezettingsgraad van toestanden met energie ε voor een ensemble van fermionen bij temperatuur T ?

OPGAVE 2: Uniform versus microcanoniek

We beschouwen een klassiek N -deeltjessysteem met hamiltoniaan $H(x, p)$ voor twee verschillende ensembles: uniform en microcanoniek.

- a) Geef een uitdrukking voor de normeringsconstante $C(E)$ die geassocieerd is met het uniforme, klassieke ensemble voor (maximale) energie E .
- b) Geef een uitdrukking voor de normeringsconstante $Q(E)$ die geassocieerd is met het microcanonieke, klassieke ensemble.
- c) Als de Dirac delta-functie en de stapfunctie met elkaar samenhangen volgens $\delta(x) = d\theta(x)/dx$, wat is dan de relatie tussen $C(E)$ en $Q(E)$?
- d) Hoe hangt de entropie van het systeem in beide gevallen, uniform en microcanoniek, samen met de hierboven gevraagde grootheden, $C(E)$ en $Q(E)$? Gevraagd worden dus twee uitdrukkingen voor de entropie, S_U en S_{MC} .
- e) Gebruik de antwoorden op c) en d) om het verschil tussen S_U en S_{MC} te bepalen en laat zien dat dit geschreven kan worden als $S_U - S_{MC} = k_B \ln k_B T$.
- f) Hoe schalen S_U en S_{MC} met de grootte van het systeem N en hoe schaal hun verschil (zie e))? Wat betekent dit voor het relatieve verschil $(S_U - S_{MC})/S_U$?

OPGAVE 3: Oppervlak in contact met gas

Beschouw een oppervlak dat bij een vaste temperatuur in contact staat met een groot volume waarin zich een gas bevindt van moleculen met een massa m . Het oppervlak bevat een vast aantal adsorptieposities waarop gasmoleculen kunnen aanhechten vanuit de gasatmosfeer. Elke adsorptiepositie kan door maximaal één molecuul gelijktijdig worden bezet. In geadsorbeerde toestand gedraagt een molecuul zich als een (een-dimensionale) quantum-mechanische, harmonische oscillator; het is verbonden met de adsorptiepositie via een binding met veerconstante k . In de vibrationele grondtoestand bedraagt de energie van een geadsorbeerd molecuul ten opzichte van de gasfase $-\varepsilon < 0$ (inclusief de vibrationele nulpuntsenergie).

- a) Welk ensemble uit de statistische mechanica is het meest geschikt om deze situatie te beschrijven? Welk element speelt hier de rol van reservoir en waaruit bestaat dan het beschreven systeem? Welke thermodynamische eigenschappen van het systeem zijn hier vastgelegd en welke grootheden kunnen zich hier vrij instellen, bijvoorbeeld door uitwisseling tussen reservoir en systeem?
- b) Geef een uitdrukking voor de partitiefunctie voor één afzonderlijke adsorptiepositie. Wat is de betekenis van de partitiefunctie?
- c) Als er M mogelijke adsorptieposities zijn, wat is dan de verwachtingswaarde voor het aantal geadsorbeerde deeltjes?
- d) Hoe groot is de fractie bezette adsorptieposities in de limiet van hoge en in de limiet van lage temperaturen?
- e) Door de vibraties gaat de gemiddelde energie van een geadsorbeerd molecuul omhoog. Neemt door de vibraties de waarschijnlijkheid toe of af op het adsorberen van een molecuul? Hoe kan dit?