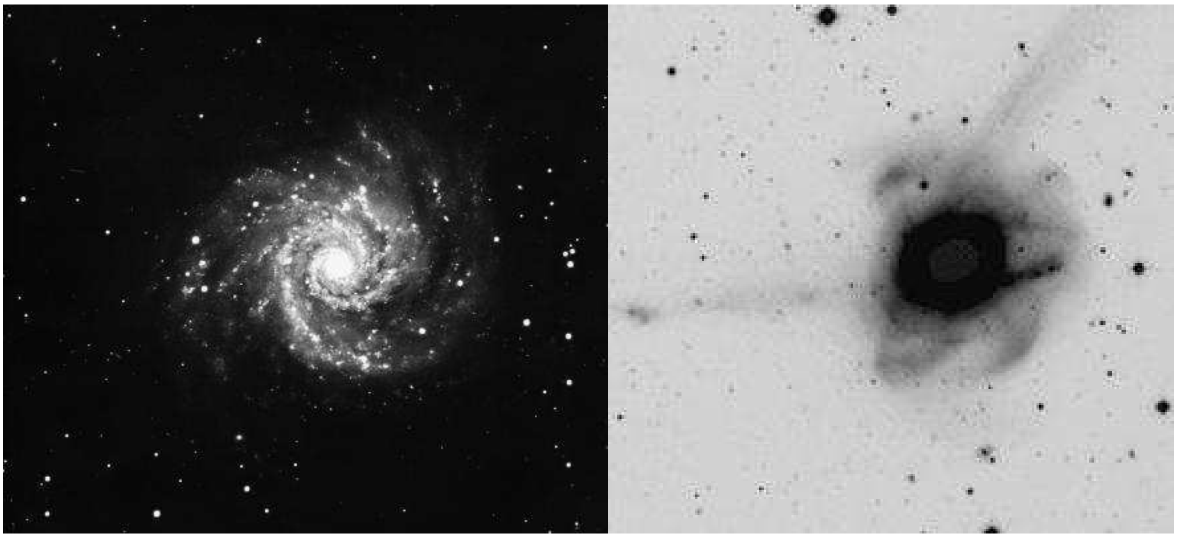
Tentamen Sterrenstelsels en Kosmologie **22 juni 2015**

Voor je een vraag beantwoordt, lees eerst alle onderdelen van die vraag. Het antwoord op een vraag moet op <2 paginas !

Vraag 1.

a) Hoe classificeren we sterrenstelsels ? Geef een beschrijving in maximaal 10 regels.
b) Wat zijn 3 criteria om spiraal stelsels onder te verdelen van Sa naar Sc?
c) Wat zijn de nadelen van deze classificatie voor spiraalstelsels?
d) Wat verandert er van een elliptical tot een spiraal ?
e) Hoe zou je de twee sterrenstelsels hieronder classificeren ?
Geef een motivering van maximaal 5 regels voor elk van de stelsels.



Vraag 2.

Spiraal stelsels hebben vaak een schijf met een exponentieel profiel

$$I(R) = I_0 \ \exp(-R/R_d)$$

waarbij $I(R)$ de gemeten intensiteit op een straal R van het centrum is, R_d de disk schaal-lengte is, en I_0 een constante.

a) Een sterrenstelsel heeft een exponentieel profiel met $R_d = 5\text{kpc}$ en een totale lichtkracht $L_{tot} = 10^{10} L_{zon}$. Bereken I_0 in eenheden van L_{zon}/pc^2.
b) R_e is de effectieve straal (of de "half-light radius"). De helft van het totale licht wordt uitgezonden binnen R_e. Laat zien dat R_e gegeven wordt door $R_e \approx 1.679 R_d$.
Je hoeft de waarde van de constante 1.679 niet af te leiden. Je hoeft alleen aan te geven aan welke vergelijking deze constante voldoet.
c) Het licht in de bulge van sterrenstelsels is niet exponentieel verdeeld. Wat is de naam van de intensiteits verdeling van bulges ?
d) De totale lichtkracht van de bulge gedeeld door de totale lichtkracht van de bulge plus de schijf geeft de "bulge-to-total" verhouding. Leg uit hoe je een meting van deze verhouding kan gebruiken om een sterrenstelsel te classificeren.

Vraag 3.
a) Omdat het meeste licht zich in het centrum van een sterrenstelsel bevindt, zou je verwachten dat de rotatiekromme, $v_c(r)$, van een typisch spiraalstelsel eruit ziet als die van een puntmassa. Laat zien dat in dat geval $v_c(r) \propto r^{1/2}$.
b) We zien in werkelijkheid echter $v_c(r) = const$. Leg uit wat we hieruit kunnen concluderen.
c) Laat zien wat voor massaverdeling, $M(r) \propto r^{\alpha}$, hoort bij $v_c(r) = const$. (Met andere woorden, wat is α?)
d) Gebruik de Poissonvergelijking om de dichtheidsverdeling, $\rho(r)$, van de volgende logaritmische potentiaal af te leiden:

$$\Phi(r) = v_c^2 \ln(r)$$

Hierin is v_c een constante.

Vraag 4.
a) Geef de definitie van de relaxatietijd, t_{relax}.
b) Leg uit wat het betekent dat $t_{relax} > t_H$ (met t_H de Hubbletijd) voor sterrenstelsels.
c) Geef de definitie van de dynamische tijdschaal, t_{dyn}, en geef een indicatie van de waarde voor sterrenstelsels.

Vraag 5.
Ons universum is niet statisch, maar het dijt uit. We kunnen een simpel model van ons heelal maken door aan te nemen dat het zich gedraagt als een homogene bol van materie met constante totale massa M.
a) De kracht op een bolschil op afstand r van het centrum wordt gegeven door:

$$\frac{F}{m} = a = \ddot{r} = -\frac{GM(< r)}{r^2}$$

Leidt de 1^e Friedmann-vergelijking af:

$$\left(\frac{\dot{r}}{r}\right)^2 = \frac{8}{3}\pi G\rho + \frac{C}{r^2}$$

waar ρ de dichtheid van de homogene bol is, en C een integratieconstante.
b) De linkerterm van deze vergelijking is gedefinieerd als H^2, waar $H = \frac{\dot{r}}{r}$ de Hubble parameter is. Wat is de dimensie van H, en wat is zijn eenheid (in cgs-eenheden)? Als $\dot{r} = const.$ (geen acceleratie), hoe kun je dan H gebruiken om de leeftijd van het heelal te berekenen? Doe dit (in jaren) door aan te nemen dat: $H = 70$ km/s/Mpc. (1 Mpc$=3.1 \cdot 10^{22}$m)
c) Laat zien dat als $C > 0$ het heelal altijd zal blijven expanderen, en als $C < 0$ de expansie zal omkeren (op weg naar collapse).
Hint: kijk wat er gebeurt in de limiet van $r \to \infty$ en bepaal of $\dot{r}$ ooit 0 zal worden (dit betekent collapse).
d) In een heelal waarin $C = 0$ komt de uitdijing van het heelal precies tot stilstand in de limiet $r \to \infty$. De dichtheid van zo'n kritisch heelal is gedefinieerd als de kritische dichtheid ρ_c. Gebruik de 1^e Friedmann-vergelijking om ρ_c uit te drukken als een functie van H.
e) Nu definiëren we de dichtheidsparameter : $\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}$. In een kritisch heelal geldt: $\rho = \rho_c$, oftewel: $\Omega = 1$. Neem aan dat ons heelal gedomineerd wordt door materie, waardoor: $\rho \propto r^{-3}$. Laat zien dat in dit heelal: $r \propto t^{\frac{2}{3}}$.
Hint: Neem aan dat $r \propto t^{\alpha}$ en bepaal α.
f) De roodverschuiving z van een object is gedefiniëerd als:

$$1 + z = \frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{emit}}$$

waarbij λ_{emit} de golflengte is die het object uitzendt, en λ_{obs} de golflengte die op aarde wordt geobserveerd.

Leid af dat de verandering in golflengte, $\delta\lambda$, evenredig is met de verandering van afstand δD van het object:

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{\delta D}{D}.$$

δD is de verandering van de afstand D van het object tot de aarde tussen het moment van uitzending, en observatie op aarde.

Hint: Ga uit van een nabij object, zodat we kunnen aannemen dat: $\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$. Hierbij is v de snelheid waarmee het object zich van de aarde beweegt en c de lichtsnelheid. Gebruik de afstand D en H_0 de Hubble constante op $z = 0$ (nu) om de snelheid te berekenen.

g) Hierdoor weten we dat: $\lambda \propto r$, waardoor:

$$1 + z = \frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{emit}} = \frac{r_{obs}}{r_{emit}}$$

De kosmische achtergrondstraling heeft een roodverschuiving van $z = 1000$. Op welk tijdstip (in jaren) werd deze straling uitgezonden?
Neem aan dat de huidige leeftijd van het heelal: $t_0 = 13 \cdot 10^9$ jaar, en neem aan dat $\Omega = 1$.

Vraag 6.
a) Geef een algemene beschrijving van de vorming van sterrenstelsels, uit het bijna egale vroege heelal, tot nu.
b) Hoe kan het dat kleine verstoringen groeien in het vroege heelal ?
c) In sterrenstelsels in het nabije heelal zitten het gas en de sterren voornamelijk in de centrale delen van de donkere materie halo. Waarom is dat zo ?